

**PERAMALAN CURAH HUJAN DI KOTA MAKASSAR
MENGUNAKAN MODEL ARIMAX**



SKRIPSI

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat Meraih
Gelar Sarjana Sains Jurusan Matematika
Pada Fakultas Sains dan Teknologi
UIN Alauddin Makassar

OLEH

FITRIANI

60600110020

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

ALAUDDIN

M A K A S S A R

JURUSAN MATEMATIKA

FAKULTAS SAINS DAN TEKNOLOGI

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) ALAUDDIN MAKASSAR

2014

SURAT PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI

Saya yang bertanda tangan di bawah ini:

Nama : Fitriani

NIM : 60600110020

Fakultas/Jurusan : Sains dan Teknologi/Matematika

Judul Skripsi : Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX

Menyatakan dengan sebenar-benarnya bahwa hasil penelitian saya ini tidak terdapat unsur-unsur penjiplakan karya penelitian atau karya ilmiah yang pernah dilakukan atau dibuat oleh orang lain, kecuali yang secara tertulis dikutip dalam naskah ini dan disebutkan dalam sumber kutipan dan daftar pustaka.

Apabila ternyata hasil penelitian ini terbukti terdapat unsur-unsur jiplakan, maka saya bersedia untuk mempertanggungjawabkan, serta diproses sesuai peraturan yang berlaku.

Makassar,
Yang Membuat Pernyataan

Fitriani
60600110020

PENGESAHAN SKRIPSI

Skripsi yang berjudul “Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX”, yang disusun oleh saudari **FITRIANI**, Nim: **60600110020** Mahasiswa Jurusan Matematika pada Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar, telah diuji dan dipertahankan dalam sidang *munaqasyah* yang diselenggarakan pada hari Kamis tanggal **11 Desember 2014 M**, bertepatan dengan **18 Shafar 1436 H**, dinyatakan telah dapat diterima sebagai salah satu syarat untuk memperoleh gelar Sarjana Sains (S.Si.).

Makassar, 11 Desember 2014 M

18 Shafar 1436 H

DEWAN PENGUJI

Ketua	: Dr. Muh. Khalifah Mustami, M.Pd.	(.....)
Sekretaris	: Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd.	(.....)
Munaqisy I	: Irwan, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy II	: Wahidah Alwi, S.Si., M.Si.	(.....)
Munaqisy III	: Hasyim Haddade, S.Ag., M.Ag.	(.....)
Pembimbing I	: Ermawati, S.Pd., M.Si.	(.....)
Pembimbing II	: Faihatuz Zuhairoh, S.Si., M.Sc.	(.....)

Diketahui oleh:

Dekan Fakultas Sains dan Teknologi

UIN Alauddin Makassar



Dr. Muh. Khalifah Mustami, M.Pd.

Nim: 19711204 200003 1 001

MOTTO

“Man Jadda Wa Jadda, Man Shabara Zhafira”

“Wahai orang-orang yang beriman!, Mohonlah pertolongan dengan sabar dan shalat;
sesungguhnya Allah adalah beserta orang-orang yang sabar”
(Q.S.Al-Baqarah:153)

“Sesungguhnya sesudah kesulitan itu ada kemudahan, maka apabila kamu telah
selesai disuatu urusan kerjakanlah sungguh-sungguh urusan yang lain dan hanya
kepada Tuhanlah hendaknya kamu berharap”
(Q.S. Al-Insyirah: 6-8)

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

PERSEMBAHAN

*Skripsi ini saya persembahkan
Kepada:*

Kedua Orang tuaku

Ibunda Hartati dan Ayahanda M. Idris tercinta, Sebagai tanda bakti, hormat dan rasa terima kasih yang tiada berhingga kupersembahkan karya kecil ini kepada ibu dan ayah atas segala doa restu, pengorbanan, dukungan, kasih sayang yang tiada berhingga yang tiada mungkin dapat kubalas hanya dengan selembar kertas yang bertuliskan persembahan ini.

Semua Kakakku

Yang senantiasa membantuku dan selalu memotivasiku.

Almamaterku tercinta

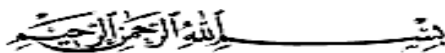
UIN Alauddin Makassar.

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

ALAUDDIN
M A K A S S A R

Guru-guru yang telah mengajariku banyak ilmu

KATA PENGANTAR



Assalam'alaikum warohmatullahi wabarokatuh.

Puji syukur penulis panjatkan kehadiran Allah swt. karena berkat rahmat, karunia, dan hidayah-Nyalah sehingga penulis dapat menyelesaikan penulisan skripsi yang berjudul "Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX" ini. Salam dan shalawat kepada baginda Muhammad Rosulullah Sallallohu 'Alaihi Wasallam, nabi akhir zaman yang diutus di muka bumi sebagai rahmatallil 'alamin. Juga para sahabatnya, keluarganya, dan seluruh kaum muslimin.

Melalui tulisan ini pula, penulis menyampaikan ucapan terima kasih yang tulus, teristimewa kepada kedua orang tua tercinta Ayahanda **Muh. Idris** dan Ibunda **Hartati** atas segala do'a, restu, kasih sayang, pengorbanan dan perjuangan yang telah diberikan selama ini. Kepada beliau penulis senantiasa memanjatkan do'a semoga Allah Swt., mengasihi dan mengampuni dosanya. Aamiin.

Keberhasilan penulisan skripsi ini tidak lepas dari bimbingan, pengarahan dan bantuan dari berbagai pihak baik berupa pikiran, motivasi, tenaga, maupun do'a. Karena itu segala penghargaan dan terima kasih penulis tak lupa tujukan kepada:

1. Bapak Prof. Dr. H. Abdul Qadir Gassing, HT, M.S., selaku Rektor UIN Alauddin Makassar periode 2011-2015 beserta seluruh jajarannya.
2. Bapak Dr. Muhammad Khalifah Mustami, M.Pd., selaku Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar periode 2011-2015 beserta seluruh jajarannya.

3. Ibu Ermawati, S.Pd.,M.Si. dan Ibu Wahyuni Abidin, S.Pd., M.Pd. selaku ketua dan sekretaris Jurusan Matematika atas segala bantuan dan pengarahan yang luar biasa sehingga penulis dapat menyelesaikan skripsi ini.
4. Ibu Ermawati, S.Pd.,M.Si. selaku pembimbing I dan ibu Faihatuz Zuhairroh, S.Si.,M.Sc. selaku pembimbing II yang telah bersedia meluangkan waktu dan penuh kesabaran untuk membimbing, memberi arahan-arahan dalam proses penyelesaian skripsi ini.
5. Bapak Irwan, S.Si.,M.Si. selaku penguji I, Ibu Wahidah Alwi, S.Si.,M.Si. selaku penguji II, dan Bapak Dr. Hasyim Haddade, S.Ag.,M.Ag. selaku penguji III yang telah bersedia meluangkan waktu untuk menguji serta memberikan saran dan kritikan yang membangun untuk penyelesaian skripsi ini.
6. Bapak dan Ibu dosen jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar yang telah menyalurkan ilmunya kepada penulis selama berada di bangku kuliah.
7. Semua staf dan tata usaha Fakultas Sains dan Teknologi yang telah bersedia melayani penulis dari segi administrasi dengan baik selama penulis terdaftar sebagai mahasiswa Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar.
8. Kakak-kakakku tercinta, Danial, Darmawati, Rahmaniar, Ilham, Irmawati, dan Agussalim yang selalu memberikan do'a, semangat dan dukungan selama ini. Kalian penyemangat dalam setiap langkah perjalanan menempuh pendidikan.

Begitu banyak hal yang telah diberikan kepada penulis untuk tetap tegar dalam menghadapi kerasnya kehidupan.

9. Sahabat sejati Ani, Esse, dan fifi “**F2B@**”, yang selalu ada dalam suka mau pun duka, yang selalu menemani dan memberi dukungan kepada penulis untuk tetap bertahan dalam menghadapi segala cobaan.
10. Keluarga besar “**Nak’CoZiDodoLCrue**” Anha, Fitri, Andry dan ita terima kasih banyak atas segala bantuan dan motivasi yang telah diberikan kepada penulis selama menempuh pendidikan hingga menyelesaikan skripsi ini.
11. Untuk adikku Syamsidar, terima kasih atas segala dukungan dan bantuannya.
12. Seluruh teman-teman seperjuangan di keluarga “**AXIOMA 010**” terkhusus untuk teman-teman “**ALGEBRA 010**” yang telah memotivasi penulis untuk segera menyelesaikan skripsi.
13. Saudara-saudara yang telah banyak memberikan bantuan berupa moril dan materil yang tidak bisa saya sebutkan namanya satu persatu. Rasa terima kasih yang tiada hentinya penulis haturkan, semoga bantuan yang telah diberikan bernilai ibadah di sisi Allah Swt., dan mendapat pahala yang setimpal. Aamiin.

Akhirnya, diharapkan agar hasil penelitian ini dapat bermanfaat dan menambah khasanah ilmu pengetahuan.

Aamiin Yaa Rabbal Aalamiin.

Makassar, Desember 2014

Penulis

DAFTAR ISI

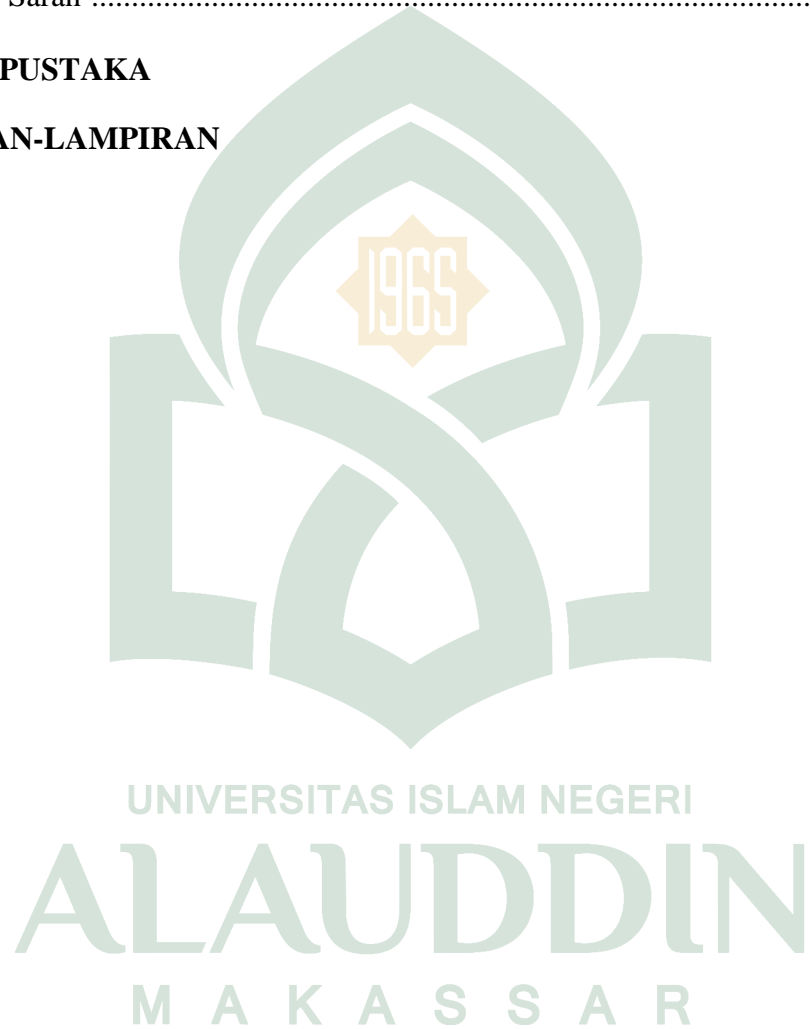
HALAMAN SAMPUL	i
PENGESAHAN SKRIPSI	ii
PERNYATAAN KEASLIAN SKRIPSI	iii
MOTTO	iv
PERSEMBAHAN	v
KATA PENGANTAR	vi
DAFTAR ISI	ix
DAFTAR GAMBAR	xii
DAFTAR TABEL	xiii
DAFTAR SIMBOL	xiv
ABSTRAK	xvii
BAB I PENDAHULUAN	1
A. Latar Belakang	1
B. Rumusan Masalah	6
C. Tujuan Penelitian	6
D. Manfaat Penelitian	7
E. Batasan Masalah	8
F. Sistematika Penulisan	8
BAB II KAJIAN TEORI	11
A. Peramalan	11

B. Analisis Deret Waktu	14
C. Konsep Dasar Analisis Deret Waktu	16
D. Deret Waktu Stasioner dan Non Stasioner	19
E. Pemeriksaan Kestasioneran Data Deret Waktu	23
F. Fungsi Autokorelasi (FAK) dan Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP).....	26
G. Model ARIMA Box Jenkins	30
H. Prosedur Box-Jenkins	37
I. Model <i>Autoregressive Integrated Moving Average With Exogenous Variables</i> (ARIMAX) dengan input skala metrik (model fungsi transfer)	48
J. Curah Hujan	66
BAB III METODE PENELITIAN	68
A. Jenis Penelitian	68
B. Sumber Data	68
C. Waktu dan Lokasi Penelitian	68
D. Variabel Penelitian	69
E. Definisi Operasional Penelitian	69
F. Prosedur Penelitian	70
G. Alur Penelitian	71
BAB IV HASIL DAN PEMBAHASAN	73
A. Hasil	73

B. Pembahasan	109
BAB V PENUTUP	112
A. Kesimpulan	112
B. Saran	113

DAFTAR PUSTAKA

LAMPIRAN-LAMPIRAN



DAFTAR GAMBAR

Gambar 2.1	Diagram Data Deret Waktu Non-Stasioner dalam Rata-Rata dan Variansi	23
Gambar 2.2	Diagram Data Deret Waktu Stasioner dalam Variansi	24
Gambar 2.3	Diagram Data Deret Waktu Stasioner dalam Rata-Rata	24
Gambar 3.1	Alur Penelitian	70
Gambar 4.1	Diagram Data Deret Waktu Data Curah Hujan	73
Gambar 4.2	Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan	73
Gambar 4.3	Diagram Deret Waktu Data Curah Hujan Hasil <i>Differencing</i> Satu Non-Musiman	75
Gambar 4.4	Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan Hasil <i>Differencing</i> Satu Non-Musiman	75
Gambar 4.5	Diagram Deret Waktu Data Curah Hujan Hasil <i>Differencing</i> Satu Non-Musiman dan Musiman 12	76
Gambar 4.6	Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan Hasil <i>Differencing</i> Satu Non-Musiman dan Musiman 12	76
Gambar 4.7	Diagram Deret Waktu Data Kelembaban Udara	81
Gambar 4.8	Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara	82
Gambar 4.9	Diagram Deret Waktu Data Kelembaban Udara Hasil <i>Differencing</i> 1 Musiman 12	83
Gambar 4.0	Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara Hasil <i>Differencing</i> 1 Musiman 12	83
Gambar 4.11	Diagram FAK untuk α_t	94
Gambar 4.12	Diagram FAK dan FAKP Deret Gangguan	99

DAFTAR TABEL

Tabel 2.1	Nilai-nilai λ dengan Transformasinya	22
Tabel 2.2	Bentuk FAK dan FAKP dari model ARIMA(p,0,q)	37
Tabel 4.1	Estimasi Parameter dan Uji Signifikansi Model ARIMA untuk Output Curah Hujan	78
Tabel 4.2	<i>Autocorelation Check of Residuals</i> ARIMA(2,1,0)(0,1,1) ¹²	79
Tabel 4.3	Estimasi Parameter dan Uji Signifikansi Model ARIMA untuk Input Kelembaban Udara.....	85
Tabel 4.4	<i>Autocorelation Check of Residuals</i> ARIMA(1,0,0)(0,1,1) ¹²	86
Tabel 4.5	Nilai Deret <i>Input</i> (α_t) yang telah <i>diprewhitening</i>	89
Tabel 4.6	Nilai Deret <i>Output</i> (β_t) yang telah <i>diprewhitening</i>	92
Tabel 4.7	Nilai Korelasi silang untuk deret <i>input</i> dengan deret <i>output</i> yang telah <i>diprewhitening</i> (diputihkan)	95
Tabel 4.8	Nilai dari Model Deret Gangguan (<i>noise</i>)	98
Tabel 4.9	Estimasi Parameter dan Uji signifikansi Model ARIMA untuk deret <i>noise</i>	101
Tabel 4.10	<i>Autocorrelation Check of Residuals</i> ARIMA(0,0,0)(0,1,1) ¹²	102
Tabel 4.11	Estimasi Parameter Model Fungsi Transfer	104
Tabel 4.12	<i>Autocorrelation Check of Residuals</i>	105
Tabel 4.13	<i>Crosscorrelation Check of Residuals</i> With Input x_t	106
Tabel 4.14	Hasil Peramalan Curah Hujan (mm) bulan Januari 2013 hingga Desember 2013	107

DAFTAR SIMBOL

Z_t	: Variabel Z pada waktu ke-t
$E(Z_t)$: Mean untuk Z_t
$var(Z_t)$: Variansi untuk Z_t
$cov(Z_t, Z_{t+k})$: Kovariansi antara Z_t dan Z_{t+k}
γ_k	: Koefisien autokovariansi pada <i>lag</i> ke-k
ρ_k	: Koefisien autokorelasi pada <i>lag</i> ke-k
$Cov(X, Y)$: Kovariansi antara X dan Y
$Corr(X, Y)$: Koefisien Korelasi antar X dan Y
B	: Operator langkah mundur (<i>backshift operator</i>)
Z_{t-1}	: variabel Z pada waktu t-1
λ	: Parameter transformasi
Ln	: Logaritma natural
s_{γ_k}	: Kesalahan baku (<i>standar error</i>) dari γ_k
t_{γ_k}	: Statistik uji t untuk γ_k
ϕ_{kk}	: Koefisien autokorelasi parsial pada <i>lag</i> ke-k
$\phi_p(B)$: Operator <i>autoregressive</i> dengan derajat p non- musiman
$\theta_q(B)$: Operator <i>moving average</i> dengan derajat q non-musiman
a_t	: Nilai kesalahan pada saat t
p,d,q	: Orde AR, <i>differencing</i> , dan MA non-musiman

$(1 - B)^d$: Orde <i>differencing</i> non musiman
$\Phi_P(B^S)$: Operator <i>autoregressive</i> dengan derajat P musiman
$\Theta_Q(B^S)$: Operator <i>moving average</i> dengan derajat Q musiman
P,D,Q	: Orde AR, <i>differencing</i> , dan MA musiman
$(1 - B^S)^D$: Orde <i>differencing</i> musiman
SE ($\hat{\theta}$)	: Standar error yang diestimasi dari $\hat{\theta}$
Q^*	: Statistik uji <i>Ljung Box</i> atau <i>Box-Pierce Modified</i>
\hat{a}_t	: Taksiran sisa pada peramalan
N	: Banyaknya sisa
K	: <i>lag</i> maksimum yang dilakukan
m	: Jumlah parameter yang ditaksir
np	: Banyaknya parameter
n	: Banyaknya data
f	: Banyaknya parameter dalam model (p+d+q)
y_t	: Deret <i>output</i>
x_t	: Deret <i>input</i>
μ	:Konstanta
η_t	: Deret <i>noise</i> pada waktu ke-t dari fungsi transfer
$v(B)$: Fungsi transfer
$v_k B^k$: fungsi pembangkit respon ke-k
b,s,r	: Tingkat/orde dari fungsi transfer

$\omega_s(B)$: Koefisien fungsi transfer dengan tingkat/orde s
$\delta_r(B)$: Koefisien fungsi transfer dengan tingkat/orde r
$\phi_x(B)$: Operator <i>autoregressive</i> dengan derajat p_x
$\theta_x(B)$: Operator <i>moving average</i> dengan derajat q_x
α_t	: Deret <i>input</i> yang telah di <i>prewhitening</i>
β_t	: Deret input yang telah <i>diprewhitening</i>
r_{xy}	: Koefisien korelasi silang dari input x_t dan output y_t
m	: <i>lag</i> terbesar yang diperhatikan pada fungsi transfer
$r_{aa}(k)$: Autokorelasi residual untuk <i>lag</i> k

ABSTRAK

Nama : Fitriani

Nim : 60600110020

Judul : **Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX**

Penelitian ini merupakan penelitian terapan yang membahas tentang peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan model ARIMAX. Penelitian ini bertujuan untuk: 1) Menentukan model peramalan banyaknya curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX. 2) Mendeskripsikan hasil ramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015. Variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu variabel respon (deret *output*) yaitu data curah hujan yang dilambangkan dengan y_t dan variabel prediktor (deret *input*) yaitu data kelembaban udara yang dilambangkan dengan x_t Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2003 sampai dengan Desember 2012. Model peramalan curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX yang diperoleh adalah $y_t = 12,66773x_t + (1 - 0,62697B^{12})a_t$, dimana $x_t = x_t - x_{t-12}$ dan $y_t = y_t - y_{t-12}$. Selanjutnya hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015 yang didapatkan yaitu curah hujan yang terjadi sebesar 18,9 mm – 640,8 mm dengan rata-rata yaitu 240,1 mm pada Tahun 2013, 247,9 mm pada Tahun 2014 dan 248,4 mm pada Tahun 2015. Dari hasil peramalan menunjukkan bahwa curah hujan di Kota Makassar untuk tiga tahun ke depan terbagi menjadi tiga bagian, yaitu curah hujan sangat tinggi (ekstrem), menengah, dan rendah. Curah hujan sangat tinggi terjadi pada bulan Januari, Februari, Maret dan bulan Desember. Curah hujan menengah terjadi pada bulan April, bulan Mei dan bulan November, sedangkan curah hujan rendah terjadi selama lima bulan yaitu mulai dari bulan Juni-bulan Oktober.

Kata Kunci: Peramalan, Model ARIMAX, Curah Hujan

ABSTRACT

Name : Fitriani
Nim : 60600110020
Title : **Rainfall Forecasting in Makassar Using ARIMAX Models**

This research is an applied research that discusses about rainfall forecasting in Makassar by using ARIMAX models. The objectives of this research are to determine the forecasting model in Makassar by using ARIMAX models and describe the results of the forecast precipitation in Makassar starting from January 2013 until December 2015. The variables used in this research are the response variable (output series) which rainfall data are denoted by y_t and predictor variables (input series) is data humidity denoted by x_t of Makassar starting from January 2003 until December 2012. The rainfall forecasting model in Makassar by using ARIMAX models results is $y_t = 12,66773x_t + (1 - 0,62697B^{12})a_t$, where $x_t = x_t - x_{t-12}$ dan $y_t = y_t - y_{t-12}$. Furthermore, the results of rainfall forecasting in Makassar starting from January 2013 until December 2015 found that rainfall of 18,9 mm – 640,8 mm with an average is 240,1 mm in 2013, 247,9 mm in 2014 and 248,4 mm in 2015. The result showed that the rainfall forecasting in Makassar for the next three years divided into three parts, the high rate of the rainfall (extreme), medium and low. Extreme rainfall occurred in January, February, March, and December. Medium rainfall occurred in April, Mei and November, while the low rainfall that occurred during the five months from June to October.

Keyword: Forecasting, ARIMAX Models, Rainfall.

BAB I

PENDAHULUAN

A. Latar Belakang

Pada masa modern ini seiring dengan perkembangan ilmu pengetahuan dan teknologi yang sangat pesat menyebabkan ketatnya persaingan, dimana setiap orang berlomba-lomba untuk mencapai kejayaan dan kemenangan untuk memenuhi tuntutan zaman tersebut. Setiap orang harus memiliki perhitungan yang matang dalam hal pemenuhan kebutuhannya yang semakin meningkat baik kualitas maupun kuantitas. Oleh karena itu dalam melakukan suatu kegiatan atau pekerjaan, sebelumnya harus membuat suatu strategi dan menyusun perencanaan agar memperoleh hasil yang maksimal.

Sebagaimana Firman Allah SWT dalam QS Al-Jinn/72 :28

لِّيَعْلَمَ أَن قَدْ أَبْلَغُوا رَسُولَاتِ رَبِّهِمْ وَأَحَاطَ بِمَا لَدَيْهِمْ وَأَحْصَى كُلَّ شَيْءٍ عَدَدًا

Terjemahnya:

“Agar Dia mengetahui, bahwa rasul-rasul itu sungguh, telah menyampaikan risalah Tuhan-nya, sedang (ilmu-Nya) meliputi apa yang ada pada mereka, dan Dia menghitung segala sesuatu satu persatu.”¹

¹ Departemen Agama RI, *Al-Hikmah Al-Quran dan Terjemahannya* (Bandung: Diponegoro, 2008), h. 573.

Ayat di atas menjelaskan bahwa Allah melakukan penjagaan itu supaya Dia mengetahui dalam kenyataan-setelah sebelumnya Dia telah mengetahui dalam ilmu-Nya yang azali, bahwa sesungguhnya mereka yakni para rasul itu telah menyampaikan risalah-risalah Tuhan mereka sedang sebenarnya Dia dengan ilmu dan kuasa-Nya meliputi secara luas apa yang ada pada diri mereka semuanya, bukan hanya yang berkata dengan penyampaian risalah itu dan Dia menghitung segala yang wujud satu persatu, walau sebutir pasir pun. Tak satu pun yang luput dari pengetahuan-Nya.²

Maksud dari ayat tersebut adalah segala yang ada di alam ini ada ukuran, ada hitungannya. Semua kejadian objek, akan penciptaan di bumi dan langit tidak ada yang kebetulan, semuanya ditetapkan dengan hitungan yang sangat teliti. Termasuk dalam hal menyusun suatu perencanaan dibutuhkan suatu strategi dan perhitungan yang tepat agar tidak terjadi kesenjangan antara konsep idealitas dengan konsep realitas, rencana tidak sesuai dengan kenyataan.

Allah SWT juga berfirman dalam QS Ar-Rahman/55:5.

الشَّمْسُ وَالْقَمَرُ بِحُسْبَانٍ

Terjemahnya:

“Matahari dan bulan (beredar) menurut perhitungan.”³

² M. Quraish Shihab, *Tafsir Al-Misbah, Pesan Kesan dan Keserasian Al-Qur'an* (Jakarta: Lentera Hati, 2002), h. 505.

³ Departemen Agama RI, *Al-Hikmah Al-Quran dan Terjemahannya*, h. 531.

Perjalanan matahari dan bulan adalah dengan perhitungan yang tepat. Tidak pernah terjadi benturan dan tidak pernah terjadi kekacauan. Perjalanan bulan mengelilingi matahari sebagai kelihatan, atau sebenarnya ialah perjalanan bumi mengelilingi bulan teratur 365 hari dalam setahun, sedang perjalanan bulan dikurangi dari itu 11 hari menjadi 354 hari. Sama sekali perjalanan itu dengan perhitungan, mempunyai musim-musim tertentu. Musim gugur, musim dingin, musim semi dan musim panas, demikian berkembang tiap tahun.⁴

Matahari dan bulan beredar menurut perhitungan yaitu keduanya berjalan menurut perhitungan yang tepat dan tidak menyimpang, serta tidak berbenturan. Ayat tersebut menjelaskan bahwa betapa pentingnya suatu perhitungan. Sehubungan dengan hal tersebut, dalam meramalkan masa yang akan datang pun seseorang tidak boleh sembarang memperkirakan berdasarkan intuisi semata, melainkan dengan pengamatan yang berulang-ulang dan perhitungan yang teliti.

Salah satu dari ciri kehidupan modern adalah bahwa orang dipaksa untuk selalu meramalkan apa yang bakal terjadi, dan membuat rencana sesuai dengan kejadian-kejadian yang diramalkan itu. Ramalan yang baik sudah pasti bukanlah ramalan yang didasarkan pada spekulasi yang tak beralasan, melainkan suatu estimasi/ perkiraan berdasarkan atas tingkah laku gejala yang sudah diamati berulang-ulang.

⁴ Hamka, *Tafsir al-azhar juzu 27* (Jakarta: PT Pustaka Pantimas, 2010), h. 10.

Salah satu metode peramalan yang paling dikembangkan saat ini ialah *time series*, yakni menggunakan pendekatan kuantitatif dengan data masa lampau dikumpulkan dan dijadikan acuan untuk peramalan masa depan. Teknik peramalan *time series* terbagi menjadi dua bagian. Pertama, model peramalan yang didasarkan pada model matematika statistik. Kedua, model peramalan yang didasarkan pada kecerdasan buatan.⁵

Model peramalan ARIMA merupakan model peramalan yang didasarkan pada model matematika statistik. ARIMA sering disebut juga metode runtun waktu Box Jenkins, yang berbeda dengan hampir semua metode peramalan lainnya. Metode ini menggunakan pendekatan iteratif dalam mengidentifikasi suatu model yang paling tepat dari semua kemungkinan model yang ada. Model yang telah dipilih diulang lagi dengan data historis untuk melihat apakah model tersebut menggambarkan keadaan dan data akurat atau tidak.

Pemodelan *time series* dengan menambahkan beberapa variabel yang dianggap memiliki pengaruh yang signifikan terhadap data seringkali dilakukan untuk menambah akurasi peramalan yang dilakukan dalam suatu penelitian. Model ARIMAX adalah modifikasi dari model dasar ARIMA dengan penambahan variabel prediktor (exogen).⁶

⁵ DT Wiyanti, R Pulungan, "Peramalan Deret Waktu Menggunakan Model Fungsi Basis Radial (RBF) dan *Auto Regressive Integrated Moving Average* (ARIMA)." *Jurnal MIPA*, vol. 35 no. 2 (Oktober 2012), h. 176. <http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/jm>. (Diakses 28 Desember 2013).

⁶ Nandita Sekar Dini, dkk., "Peramalan Kebutuhan Premium dengan Metode ARIMAX untuk Optimasi Persediaan di Wilayah TBBM Madiun" *Jurnal Sains dan Seni* vol. 1 no. 1 (September 2012), h. D231. (Diakses 8 Mei 2014).

Penggabungan satu atau beberapa model deret waktu untuk memprediksi nilai deret waktu yang lain dapat dilakukan dengan menggunakan fungsi transfer. Secara umum model fungsi transfer yang menggunakan prosedur ARIMA dibahas oleh Box dan Tiao. Ketika model ARIMA meliputi *time series* lainnya sebagai variabel input, model kadang-kadang disebut sebagai model ARIMAX.⁷

Peranan peramalan menjelajah ke dalam banyak bidang seperti ekonomi, keuangan, pemasaran, produksi, riset operasional, administrasi negara, meteorologi, geofisika, kependudukan, dan pendidikan. Dalam bidang meteorologi dan geofisika peramalan sangat dibutuhkan khususnya dalam meramalkan curah hujan. Curah hujan dan kondisi udara yang mempengaruhi seperti suhu udara dan kelembaban udara memiliki pola yang teratur yang disebabkan oleh fenomena iklim yang membentuk suatu deret waktu.

Curah hujan merupakan salah satu hal penting dalam kehidupan ini. Peramalan curah hujan sangat berdampak pada kehidupan khususnya dalam bidang pertanian sebab curah hujan dapat mempengaruhi hasil pertanian. Peramalan mengenai curah hujan sangat dibutuhkan untuk membantu proses tanam menanam. Prediksi curah hujan juga dapat memperlancar aktivitas masyarakat dalam mempersiapkan diri menghadapi musim hujan.

⁷ Ďurka Peter and Pastoreková Silvia, “ARIMA vs. ARIMAX – which approach is better to analyze and forecast macroeconomic time series?” (Proceedings of 30th *International Conference Mathematical Methods in Economics*), h. 136. [http://www.me2012.opf.siu.cz/proceedings/pdf/024-Durka Peter.pdf](http://www.me2012.opf.siu.cz/proceedings/pdf/024-Durka%20Peter.pdf) (Diakses 8 Mei 2014).

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka penulis ingin mengkaji lebih dalam permasalahan ini dengan studi terapan tentang metode peramalan dan membahasnya dengan judul, ***“Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX”***. Adapun data yang digunakan adalah data Curah Hujan dan Kelembaban Udara Kota Makassar mulai Tahun 2003 sampai dengan Tahun 2012. Teknik analisis data menggunakan program Minitab 14 dan program SAS 9.3.

B. Rumusan Masalah

Berdasarkan uraian latar belakang di atas, maka yang menjadi masalah pokok untuk dibahas adalah sebagai berikut:

1. Bagaimana menentukan model peramalan curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX?
2. Bagaimana hasil ramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015?

C. Tujuan Penelitian

Berdasarkan rumusan masalah di atas, maka tujuan dari penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model peramalan curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX.

2. Mendeskripsikan hasil ramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015.

D. Manfaat Penelitian

Manfaat dari penelitian ini adalah:

1. Bagi Peneliti

Manfaat penelitian ini bagi peneliti yaitu untuk mengaplikasikan ilmu matematika khususnya statistika yang sudah didapat selama kuliah dengan fakta yang terjadi di lapangan.

2. Bagi bidang pertanian

Hasil dari peramalan curah hujan pada bidang pertanian diharapkan dapat dijadikan sebagai bahan pertimbangan dalam menentukan jenis tanaman yang akan ditanam dan untuk menentukan awal musim tanam.

3. Bagi Pembaca

Penelitian ini diharapkan dapat menjadi salah satu sumber referensi bidang pengetahuan matematika, khususnya statistika. Penelitian ini juga dapat dijadikan sebagai acuan dan literatur tambahan untuk penelitian selanjutnya yang memiliki relevansi dengan penelitian ini.

E. Batasan Masalah

Adapun batasan masalah dalam penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Model peramalan yang digunakan adalah model ARIMAX dengan input skala metrik (Fungsi Transfer)
2. Data dibatasi hanya pada data kelembaban udara sebagai variabel *input* dan data curah hujan sebagai variabel *output* mulai bulan Januari 2003 sampai dengan bulan Desember 2012 yang diperoleh dari Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Makassar.

F. Sistematika Penulisan

Secara garis besar sistematika penulisan skripsi ini dibagi menjadi tiga bagian, yaitu bagian awal skripsi, bagian isi skripsi dan bagian akhir skripsi, antara lain:

1. Bagian Awal Skripsi

Terdiri dari halaman judul, persetujuan pembimbing, kata pengantar, daftar isi, daftar gambar, daftar tabel, daftar simbol dan abstrak.

2. Bagian Isi Skripsi

Bab I yaitu pendahuluan yang membahas tentang isi keseluruhan penulisan skripsi yang terdiri dari latar belakang pemilihan judul serta alasan penggunaan analisis data deret waktu dengan menggunakan model ARIMAX, rumusan masalah yaitu membahas apa saja yang ingin dimunculkan dalam pembahasan, tujuan

penelitian memaparkan tujuan yang ingin dicapai oleh peneliti, manfaat penulisan memaparkan manfaat yang ingin dicapai oleh peneliti, batasan masalah memaparkan tentang bagaimana masalah yang dirumuskan dibatasi penggunaanya agar tidak terlalu luas lingkup pembahasannya, dan sistematika penulisan membahas tentang apa saja yang dibahas pada masing-masing bab.

Bab II yaitu kajian teori yang memaparkan tentang teori-teori yang berhubungan dengan penulisan skripsi ini seperti peramalan, analisis deret waktu, konsep dasar analisis deret waktu, deret waktu stasioner dan non stasioner, pemeriksaan kestasioneran data deret waktu, fungsi autokorelasi (FAK) dan fungsi autokorelasi parsial (FAKP), model ARIMA (Box Jenkins), prosedur Box Jenkins, model *Autoregressive Integrated Moving Average With Exogenous Variables* (ARIMAX) dengan input skala metrik (model fungsi transfer), dan curah hujan.

Bab III yaitu metode penelitian, meliputi metode penelitian atau cara dalam penelitian yang akan digunakan oleh penulis, meliputi jenis penelitian yang digunakan, sumber data, waktu dan lokasi penelitian, variabel penelitian, definisi operasional penelitian, prosedur penelitian, serta alur penelitian.

Bab IV yaitu hasil dan pembahasan. Hasil memuat tentang hasil penelitian yang diperoleh berdasarkan langkah-langkah yang ada pada prosedur penelitian (Bab III). Sedangkan pembahasan memuat tentang pembahasan dari hasil yang diperoleh dari penelitian.

Bab V yaitu penutup, yang di dalamnya berisikan tentang kesimpulan dari pembahasan (Bab IV) dan saran-saran.

3. Bagian Akhir Skripsi

Bagian ini berisi daftar pustaka sebagai acuan dan lampiran-lampiran yang mendukung.



BAB II

KAJIAN TEORI

Bab ini dibahas teori-teori yang mendasari penelitian ini yaitu mengenai peramalan, analisis deret waktu, konsep dasar analisis deret waktu, deret waktu stasioner dan non stasioner, pemeriksaan kestasioneran data deret waktu, fungsi autokorelasi (FAK) dan fungsi autokorelasi parsial (FAKP), model ARIMA (Box Jenkins), prosedur Box Jenkins, model *Autoregressive Integrated Moving Average With Exogenous Variables* (ARIMAX) dengan Input Skala Metrik (Fungsi Transfer), dan curah hujan.

A. Peramalan

Peramalan merupakan bagian integral dari kegiatan pengambilan keputusan, sebab efektif atau tidaknya suatu keputusan umumnya bergantung pada beberapa faktor yang tidak dapat dilihat pada waktu keputusan itu diambil. Peramalan merupakan suatu teknik untuk memprediksikan suatu nilai pada masa yang akan datang dengan memperhatikan data masa lalu maupun data saat ini. Tidaklah berarti bahwa setelah mengetahui peramalan, teknik ini dapat digunakan untuk meramalkan apa saja dengan tepat. Dalam meramalkan juga ada teknik tertentu yang dapat diaplikasikan pada situasi tertentu juga.

Sebagaimana Firman Allah SWT dalam QS Luqman/31:34.

إِنَّ اللَّهَ عِنْدَهُ عِلْمُ السَّاعَةِ وَيُنَزِّلُ الْغَيْثَ وَيَعْلَمُ مَا فِي الْأَرْحَامِ وَمَا تَدْرِي نَفْسٌ مَّاذَا
تَكْسِبُ غَدًا وَمَا تَدْرِي نَفْسٌ بِأَيِّ أَرْضٍ تَمُوتُ إِنَّ اللَّهَ عَلِيمٌ خَبِيرٌ ﴿٣٤﴾

Terjemahnya:

“Sesungguhnya hanya di sisi Allah ilmu tentang hari Kiamat; Dia yang menurunkan hujan, dan mengetahui apa yang ada dalam rahim. Dan tidak ada seorang pun yang dapat mengetahui (dengan pasti) apa yang akan dikerjakannya besok.¹ Dan tidak ada seorang pun yang dapat mengetahui di bumi mana dia akan mati. Sesungguhnya Allah Maha mengetahui Maha Mengenal.”²

Ayat di atas menjelaskan bahwa Allah SWT menerangkan lima perkara ghaib yang hanya Allah sendirilah yang mengetahui perkara itu yakni hanya Allah sajalah yang mengetahui kapan datangnya Hari Kiamat, tidak seorang pun yang mengetahui selain Dia, kendati pun malaikat, sedang malaikat itu adalah makhluk yang paling dekat dengan-Nya, dan tidak pula diketahui oleh para Nabi yang diutus; Allah sendirilah yang menurunkan hujan, Dialah yang menetapkan kapan, di mana dan berapa banyak yang akan dicurahkan-Nya, maka ketetapan-Nya itu tidak seorangpun yang dapat mengetahuinya. Para ahli astronomi dan ahli meteorologi dapat

¹ Maksudnya: manusia itu tidak dapat mengetahui dengan pasti apa yang akan diusahakannya besok atau yang akan diperolehnya, namun demikian mereka diwajibkan berusaha.

² Departemen Agama RI, *Al-Hikmah Al-Quran dan Terjemahnya* (Bandung: Diponegoro, 2008), h.414.

meramalkan terjadinya gerhana matahari atau gerhana bulan, dan kapan serta di mana hujan akan turun, berdasarkan ilmu hisab dan tanda-tanda. Akan tetapi itu adalah perhitungan dan perkiraan manusia yang tidak mengakibatkan pengertian yang meyakinkan, hanyalah bersifat ramalan, mereka tidak dapat memastikan; hanya Allah saja yang dapat mengetahui dengan pasti apa yang ada dalam suatu kandungan, apakah cacat atau sempurna, dan kapan ia akan dilahirkan; hanya Dia pula yang mengetahui dengan pasti apa yang akan dikerjakan oleh seseorang esok harinya. Jika Allah menghendaki terlaksananya, terlaksanalah dia; seseorang tidak mengetahui di mana ia akan meninggal dunia nanti. Apakah di daratan atau di lautan ataupun di udara, hanya Allah saja yang dapat mengetahuinya dengan pasti.³

Memprediksikan suatu peristiwa yang akan datang seperti prediksi atau ramalan cuaca bukanlah termasuk ilmu ghaib sedikitpun karena dasarnya adalah penelitian ilmiah, hasil suatu penelitian kadang benar dan salah, semua itu tetaplah bergantung kepada keputusan Allah. Oleh karena itu maka tidak boleh bagi seorangpun memastikan suatu prediksi baik yang memberikan informasi maupun yang menerima informasi. Harus tetap diyakini bahwa Al-qur'an adalah Al-haq yang mempunyai kebenaran mutlak dan tidak boleh diganggu gugat. Tetapi di sisi lain harus diyakini pula bahwa Al-qur'an tidak bertentangan dengan ilmu pengetahuan. Jadi tidak ada kontradiksi antara fenomena prediksi dengan ayat Al-qur'an di atas.

³ Muhammad Ihsan, "Tafsir Al-Quran Surah Luqman", http://users6.nofeehost.com/alquranonline/Alquran_Tafsir.asp?SuratKe=31&start=21 (25 Mei 2014)

Suatu perkiraan hanyalah sekedar sebagai perkiraan dan jaga-jaga saja, yang sangat berguna bagi keperluan manusia dalam kehidupannya.

Metode peramalan dapat dibagi dalam dua kategori utama, yaitu metode kualitatif dan metode kuantitatif. Metode kualitatif lebih banyak menuntut analisis yang didasarkan pada perkiraan intuitif, perkiraan logis dan informasi atau pengetahuan yang telah diperoleh peneliti sebelumnya. Satu ciri metode ini adalah faktor yang mempengaruhi dan cara menilainya sangat bersifat pribadi dan sulit ditirukan orang lain. Berbeda dengan metode kualitatif, pada metode kuantitatif dibutuhkan informasi masa lalu yang dikuantitatifkan dalam bentuk data numerik. Metode peramalan secara kuantitatif mendasarkan ramalannya pada metode statistika dan matematika. Terdapat dua jenis model peramalan kuantitatif, yaitu model deret waktu (*time series*) dan model regresi.⁴

B. Analisis Deret Waktu

Data deret waktu (*time series*) adalah data yang dikumpulkan dari waktu ke waktu, untuk menggambarkan perkembangan suatu kegiatan (perkembangan produksi, harga, hasil penjualan, jumlah personil, penduduk, jumlah kecelakaan, jumlah kejahatan, jumlah peserta KB, dan lain sebagainya). Suatu deret waktu (*time*

⁴ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu Teori dan Aplikasi* (makassar: Andira Publisher, 2006), h. 1-2.

series) merupakan serangkaian pengamatan yang dilakukan pada waktu-waktu tertentu, biasanya dengan interval-interval yang sama.⁵

Deret waktu adalah serangkaian pengamatan terhadap suatu peristiwa, kejadian, gejala, atau variabel yang diambil dari waktu ke waktu, dicatat secara teliti menurut urutan-urutan waktu terjadinya, dan kemudian disusun sebagai data statistik. Dari suatu rangkaian waktu akan dapat diketahui apakah peristiwa, kejadian, gejala, atau yang diamati itu berkembang mengikuti pola-pola perkembangan yang teratur atau tidak. Sekiranya suatu rangkaian waktu menunjukkan pola yang teratur, maka akan dapat dibuat suatu ramalan yang cukup kuat mengenai tingkah laku gejala yang dicatat, dan atas dasar ramalan itu dapatlah rencana-rencana yang cukup dapat dipertanggungjawabkan.⁶

Analisis deret waktu diperkenalkan pada tahun 1970 oleh George E. P. Box dan Gwilym M. Jenkins melalui bukunya yang berjudul *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. Sejak saat itu, deret waktu mulai banyak dikembangkan. Deret waktu merupakan serangkaian data pengamatan yang terjadi berdasarkan indeks waktu secara berurutan dengan interval waktu tetap. Analisis deret waktu adalah salah satu prosedur statistika yang diterapkan untuk meramalkan struktur probabilistik keadaan yang akan datang dalam rangka pengambilan keputusan.⁷

⁵ Murray R. Spiegel dan I Nyoman Susila, *Statistik Versi Metrik* (Jakarta: Erlangga, 1972), h. 300.

⁶ Sutrisno Hadi, *Statistik*, Jilid 3 (Yogyakarta: Andi, 1981), h. 353.

⁷ Aswi dan sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 5.

Prosedur statistika yang dimaksudkan misalnya analisis terhadap pengamatan, pencatatan, dan penyusunan peristiwa yang diambil dari waktu ke waktu tersebut.

C. Konsep Dasar Analisis Deret Waktu

1. Stokastik dan Stasioner

Jika dari pengalaman yang lalu, keadaan yang akan datang suatu deret waktu dapat diramalkan secara pasti, maka deret waktu itu dinamakan deterministik, dan tidak memerlukan penyelidikan lebih lanjut. Sebaliknya, jika pengalaman yang lalu hanya dapat menunjukkan struktur probabilistik keadaan yang akan datang suatu deret waktu, maka deret waktu semacam ini dinamakan stokastik. Dalam analisis deret waktu diisyaratkan data yang sering disimbol Z_t mengikuti proses stokastik. Suatu urutan pengamatan dari peubah acak $Z(\omega, t)$ dengan ruang sampel ω dan satuan waktu t dikatakan sebagai proses stokastik.⁸

Proses stokastik didefinisikan sebagai suatu proses yang menghasilkan rangkaian peubah acak yang menggambarkan perilaku data pada berbagai kondisi. Setiap deret waktu merupakan suatu data dari hasil proses stokastik. Proses stokastik dapat bersifat stasioner dan menghasilkan data deret waktu yang bersifat stasioner. Sebaliknya, proses stokastik dapat bersifat tidak stasioner dan menghasilkan data deret waktu yang juga tidak stasioner. Data deret waktu dikatakan stasioner jika memenuhi tiga kriteria yaitu nilai tengah (rata-rata) dan

⁸ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 6-7.

ragamnya konstan dari waktu ke waktu serta peragam (*covariance*) antara dua data deret waktu hanya tergantung dari *lag* antara dua periode waktu tersebut.⁹

2. Rata-rata, Autokovariansi, dan Autokorelasi

Suatu proses yang stasioner $\{Z_t\}$ mempunyai rata-rata (*expectation*) $E(Z_t) = \mu$ dan variansi $var(Z_t) = E(Z_t - \mu)^2 = \sigma^2$ konstan dan kovariansi $cov(Z_t, Z_s) = \gamma_{t,s}$ fungsi dari perbedaan waktu $|t - s|$.

Kovariansi antara Z_t dan Z_{t+k} adalah

$$\gamma_k = cov(Z_t, Z_{t+k}) = E(Z_t - \mu)(Z_{t+k} - \mu) \quad (2.1)$$

Korelasi antara Z_t dan Z_{t+k} adalah

$$\rho_k = \frac{cov(Z_t, Z_{t+k})}{\sqrt{var(Z_t)}\sqrt{var(Z_{t+k})}} = \frac{\gamma_k}{\gamma_0} \quad (2.2)$$

Dengan catatan bahwa $var(Z_t) = var(Z_{t+k}) = \gamma_0$.

Adapun, γ_k dinamakan fungsi autokovariansi dan ρ_k dinamakan fungsi autokorelasi pada analisis deret waktu. Untuk proses stasioner, fungsi autokovariansi γ_k dan fungsi autokorelasi ρ_k mempunyai sifat-sifat sebagai berikut:

- a. $\gamma_0 = var(Z_t); \rho_0 = 1$
- b. $|\gamma_k| \leq \gamma_0; |\rho_k| \leq 1$
- c. $\gamma_k = \gamma_{-k}$ dan $\rho_k = \rho_{-k}$ untuk semua k .

⁹ Bambang Juanda dan Junaidi, *Ekonometrika Deret Waktu Teori dan Aplikasi* (Bogor: IPB Press, 2012), h. 19-20.

Karena $cov(Z_t, Z_{t+k}) = cov(Z_{t+k}, Z_t) = cov(Z_t, Z_{t+k})$, maka yang perlu kita tentukan adalah γ_k saja untuk $k \geq 0$.

Himpunan $\{\gamma_k; k = 0, 1, 2, \dots\}$ dinamakan fungsi autokovariansi.

3. Sifat- sifat Variansi dan Kovariansi

Sifat-sifat variansi dan kovariansi dibutuhkan dalam membuktikan dan menemukan beberapa rumus yang berkaitan dengan pemodelan deret waktu. Huruf kapital X dan Y adalah peubah acak, sedangkan huruf kecil a, b, c menunjukkan konstanta.

a. Sifat –Sifat Variansi

Variansi dari suatu peubah acak X dilambangkan oleh $Var(X)$ didefinisikan dengan,

$$Var(X) = E[(X-E(X))^2]. \quad (2.3)$$

Variansi merupakan suatu ukuran pencaran atau variasi nilai-nilai yang mungkin dicapai oleh X .¹⁰

Adapun sifat-sifat variansi adalah:¹¹

- 1) $Var(X) \geq 0$
- 2) $Var(a + bX) = b^2 Var(X)$
- 3) Jika X dan Y bebas, maka $Var(X + Y) = Var(X) + Var(Y)$
- 4) $Var(X) = E(X^2) - [E(X)]^2$

¹⁰ Muhammad Arif Tiro, dkk., *Pengantar Teori Peluang* (Makassar: Andira Publisher, 2008), h. 140.

¹¹ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 10.

Kovariansi X dan Y didefinisikan sebagai berikut:

$$\text{Cov}(X,Y) = E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)] \quad (2.4)$$

b. Sifat- Sifat Kovariansi

- 1) Jika X dan Y bebas, maka $\text{Cov}(X,Y) = 0$
- 2) $\text{cov}(a + bX, c + dY) = bd \text{ cov}(X,Y)$
- 3) $\text{cov}(X,Y) = E(XY) - E(X)E(Y)$
- 4) $\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y) + 2 \text{ cov}(X,Y)$
- 5) $\text{cov}(X + Y, Z) = \text{cov}(X,Z) + \text{cov}(Y,Z)$
- 6) $\text{cov}(X,X) = \text{var}(X)$
- 7) $\text{cov}(X,Y) = \text{cov}(Y,X)$

Koefisien korelasi X dan Y , dinotasikan $\text{Corr}(X,Y)$ atau ρ , didefinisikan oleh:

$$\text{Corr}(X,Y) = \frac{\text{cov}(X,Y)}{\sqrt{\text{var}(X)\text{var}(Y)}}$$

D. Deret Waktu Stasioner dan Non Stasioner

Ciri-ciri dalam pembentukan model analisis deret waktu adalah dengan mengasumsikan bahwa data dalam keadaan stasioner. Deret waktu dikatakan stasioner saat tidak ada perubahan kecenderungan dalam rata-rata dan perubahan variansi. Dengan kata lain, deret waktu yang stasioner adalah relatif tidak terjadi kenaikan atau pun penurunan nilai secara tajam pada data (fluktuasi data berada pada

sekitar nilai rata-rata yang konstan). Kondisi stasioner terdiri atas dua hal, yaitu stasioner dalam rata-rata dan stasioner dalam variansi.¹²

1. Stasioner dan non stasioner dalam mean

Suatu data deret waktu dikatakan stasioner dalam mean adalah jika rata-rata tetap pada keadaan waktu yang kondusif atau jika tidak ada unsur *trend* dalam data dan apabila suatu diagram *time series* berfluktuasi secara lurus.¹³ Maksud berfluktuasi secara lurus yaitu berfluktuasi di sekitar suatu nilai tengah yang tetap dari waktu ke waktu.

Bila kondisi stasioner dalam rata-rata tidak terpenuhi diperlukan proses pembedaan (*differencing*). Notasi yang sangat bermanfaat adalah operator shift mundur (*backward shift*) B, yang penggunaannya sebagai berikut:

$$B.Z_t = Z_{t-1} \quad (2.5)$$

dimana : B = pembeda

Z_t = nilai Z pada orde ke t

Z_{t-1} = nilai Z pada orde ke t-1

Notasi B yang dipasang pada Z_t mempunyai pengaruh menggeser data 1 periode ke belakang. Dua penerapan B untuk Z_t akan menggeser data tersebut 2 periode ke belakang, sebagai berikut:

¹² Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h.7.

¹³ Dewi Nur Syamsiah, “Analisis Data Runtun Waktu Menggunakan Model ARIMA (p, d, q)(aplikasi:Data Pendapatan Pajak Kendaraan Bermotor di Provinsi Daerah Istimewa Yogyakarta)”, *Skripsi* (Yogyakarta: Program Studi Matematika UIN Sunan Kalijaga, 2008), h.2.

$$B(B Z_t) = B^2 Z_t = Z_{t-2}$$

dengan Z_{t-2} = nilai Z pada orde ke $t-2$

Apabila suatu deret waktu tidak stasioner, maka data tersebut dapat dibuat lebih mendekati stasioner dengan melakukan pembedaan (*differencing*) pertama.

Pembedaan pertama

$$Z'_t = Z_t - Z_{t-1}$$

dengan : Z'_t = pembedaan pertama

$$\begin{aligned} Z_t - Z_{t-1} &= Z_t - B Z_t \\ &= (1-B) Z_t \end{aligned}$$

Pembedaan pertama dinyatakan oleh $(1-B)$ sama halnya apabila pembedaan orde kedua (yaitu pembedaan pertama dari pembedaan pertama sebelumnya) harus dihitung.

2. Stasioner dan non-stasioner dalam variansi

Suatu data runtun waktu dikatakan stasioner dalam variansi jika struktur data dari waktu ke waktu mempunyai fluktuasi data yang tetap atau konstan dan tidak berubah-ubah, atau tidak ada perubahan variansi dalam besarnya fluktuasi. Bila kondisi stasioner dalam variansi tidak diperoleh, maka Box and Cox (1964) memperkenalkan transformasi pangkat (*power transformation*),

$$(1-B)^d Z_t^\lambda = \frac{Z_t^{\lambda-1}}{\lambda}, \quad (2.6)$$

dimana λ disebut sebagai parameter transformasi.¹⁴

Beberapa penggunaan nilai λ serta kaitannya dengan transformasinya dapat disajikan pada Tabel 2.1 di bawah ini:¹⁵

Tabel 2.1. Nilai-nilai λ dengan transformasinya

Nilai λ	Transformasi
-1.0	$\frac{1}{Z_t}$
-0.5	$\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$
0.0	$\text{Ln } Z_t$
0.5	$\sqrt{Z_t}$
1.0	Z_t

Berdasarkan Tabel 2.1. Di atas apabila nilai estimasi (λ) mendekati atau sama dengan nilai -1.0 maka data ditransformasikan terhadap $\frac{1}{Z_t}$, jika nilainya mendekati atau sama dengan -0.5 maka data ditransformasikan terhadap $\frac{1}{\sqrt{Z_t}}$, jika nilai estimasinya 0.0 atau mendekati, maka data ditransformasikan terhadap Ln (*Logaritma natural*) Z_t . Jika nilai estimasi mendekati atau sama dengan 0.5 maka data ditransformasikan

¹⁴Zanzawi Soejoeti, *Analisis runtun Waktu* (Jakarta: Universitas Terbuka, 1987), hal.2.11.

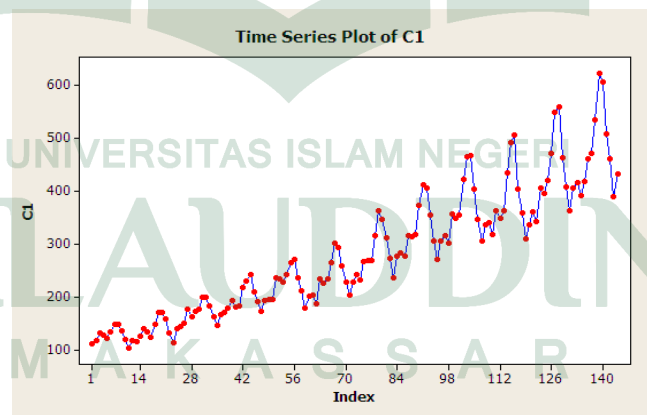
¹⁵ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h.92.

terhadap $\sqrt{Z_t}$ dan jika nilainya mendekati atau sama dengan 1.0, maka data ditransformasikan terhadap Z_t .

E. Pemeriksaan Kestasioneran Data Deret Waktu

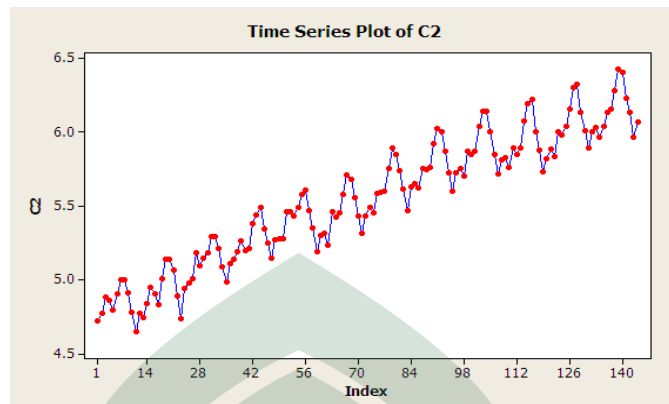
Terdapat beberapa cara yang umum digunakan dalam melakukan pendugaan terhadap kestasioneran data, yaitu melihat *trend* data dalam grafik atau menggunakan autokorelasi dan korelogram. Untuk menduga apakah suatu data bersifat stasioner atau tidak, secara visual dapat dilihat dari *trend* (kecenderungan pola) data tersebut.

Secara visual, berikut ini diberikan suatu contoh diagram data deret waktu yang belum stasioner baik dalam rata-rata maupun variansi (Gambar 2.1), contoh diagram deret waktu yang stasioner dalam variansi (Gambar 2.2) dan stasioner dalam rata-rata (Gambar 2.3)¹⁶

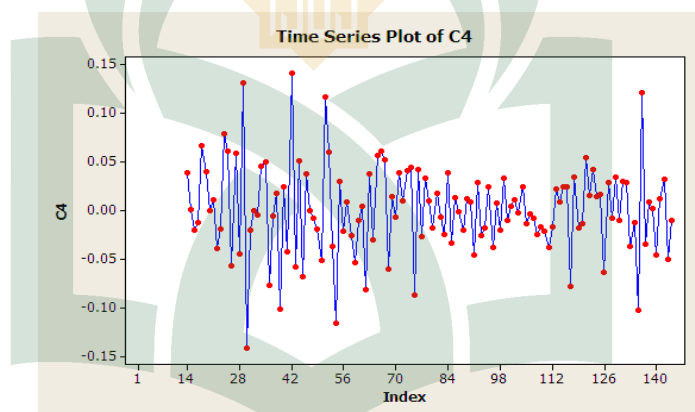


Gambar 2.1 Diagram Data Deret Waktu Non-Stasioner dalam Rata-Rata dan Variansi

¹⁶ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 8.



Gambar 2.2 Diagram data Deret Waktu Stasioner dalam Variansi



Gambar 2.3 Diagram Data Deret Waktu Stasioner dalam Rata-Rata

Koefisien autokorelasi adalah angka yang menunjukkan tingkat keeratan hubungan linear antara nilai-nilai dari peubah yang sama dengan periode waktu yang berbeda. Berdasarkan koefisien autokorelasi dan korelogram ACF, terdapat beberapa teknik pemeriksaan kestasioneran data yaitu dengan pengamatan pola korelogram ACF dan pengujian signifikansi nilai autokorelasi.

1. Pengamatan Pola Korelogram ACF

Data deret waktu yang tidak stasioner akan memiliki pola korelogram yang menurun secara eksponensial mendekati titik nol. Dengan kata lain, nilai-nilai koefisien autokorelasinya signifikan berbeda dengan nol untuk beberapa periode waktu (*lag*) dan nilainya mengecil secara eksponensial. Sebaliknya, data deret waktu yang stasioner memiliki pola korelogram dengan nilai positif negatif secara bergantian di sekitar titik nol atau tidak berbeda signifikan dengan nol.¹⁷

2. Pengujian Signifikansi Nilai Autokorelasi

Untuk menentukan signifikansi atau tidaknya nilai autokorelasi, dapat dilakukan pengujian statistik berdasarkan *standar error* (Se). Menurut Barlett, jika data deret waktu bersifat *random*, koefisien ACF akan mengikuti distribusi sebagai berikut.

$$\rho \sim N\left(0, \frac{1}{n}\right) \quad (2.7)$$

Pada sampel besar, koefisien ACF akan mengikuti distribusi normal dengan nilai rata-rata nol dan ragam sebesar $1/n$, dimana n adalah jumlah atau ukuran sampel.

Mengikuti standar ditribusi normal dalam Persamaan 2.7 di atas, maka selang kepercayaan $(1-\alpha) \times 100\%$, misalnya dengan taraf nyata $\alpha = 5\%$ untuk ρ_k adalah:

$$1,96(\text{Se}) < \rho_k < 1,96(\text{Se})$$

$$1,96(\sqrt{1/n}) < \rho_k < 1,96(\sqrt{1/n}) \quad (2.8)$$

¹⁷ Bambang Juanda dan Junaidi, *Ekonometrika Deret Waktu*, h. 21-24.

Hipotesis nol (H_0) untuk uji ini adalah $\rho_k = 0$. Jika ρ_k terletak dalam selang Persamaan 2.8, keputusannya belum cukup bukti untuk menolak H_0 bahwa $\rho_k = 0$, berarti data stasioner. Sebaliknya, jika diluar selang Persamaan 2.8 keputusannya menolak H_0 bahwa $\rho_k \neq 0$, yang berarti data tidak stasioner.

F. Fungsi Autokorelasi (FAK) dan Fungsi Autokorelasi Parsial (FAKP)

1. Fungsi Autokorelasi (FAK)

Koefisien autokorelasi adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi (hubungan linear) antara pengamatan pada waktu ke t (dinotasikan dengan Z_t) dengan pengamatan pada waktu-waktu sebelumnya (dinotasikan dengan $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}$). Untuk suatu data deret waktu Z_1, Z_2, \dots, Z_n maka nilai fungsi autokorelasinya adalah sebagai berikut:

- a. Nilai autokorelasi lag k sampel (*sample autocorrelation at lag k*)

$$\begin{aligned} \gamma_k &= \text{corr}(Z_t, Z_{t-k}) \\ &= \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (Z_t - \bar{Z})(Z_{t+k} - \bar{Z})}{\sum_{t=1}^n ((Z_t - \bar{Z})^2)} \end{aligned} \quad (2.9)$$

- b. Taksiran kesalahan baku (*standard error*) dari γ_k adalah

$$s_{\gamma_k} = \sqrt{\frac{1 + 2 \sum_{j=1}^{k-1} \gamma_j^2}{n}} \quad (2.10)$$

- c. Nilai statistik uji t untuk uji $\gamma_k = 0$ atau $\gamma_k \neq 0$ adalah

$$t_{\gamma_k} = \frac{\gamma_k}{s_{\gamma_k}} \quad (2.11)$$

Diagram FAK dapat digunakan sebagai alat untuk mengidentifikasi kestasioneran data. Jika diagram FAK cenderung turun lambat atau turun secara linear, maka dapat disimpulkan data belum stasioner dalam rata-rata.¹⁸

2. Fungsi autokorelasi parsial (FAKP)

Autokorelasi parsial digunakan untuk mengukur tingkat keeratan (*association*) antara Z_t dan Z_{t-k} , apabila pengaruh dari *lag* waktu (*time lag*) 1, 2, 3, ..., k-1 dianggap terpisah. Fungsi autokorelasi parsial (FAKP) adalah suatu fungsi yang menunjukkan besarnya korelasi parsial antara pengamatan pada waktu ke t (dinotasikan dengan Z_t) dengan pengamatan pada waktu-waktu yang sebelumnya (dinotasikan dengan $Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k}$).¹⁹

Fungsi autokorelasi parsial (FAKP) adalah himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai *lag* k yang ditulis dengan $(\phi_{kk}; k = 1, 2, 3, \dots, k)$ yakni himpunan autokorelasi parsial untuk berbagai *lag* k. Fungsi autokorelasi parsial untuk mengukur tingkat keeratan antara Z_t dan Z_{t-k} , apabila pengaruh dari selisih waktu 1, 2, 3, ..., k-1 dianggap terpisah.

Rumus autokorelasi parsial atau ϕ_{kk} adalah :

$$\phi_{kk} = \text{corr}(Z_t, Z_{t-k} | Z_{t-1}, Z_{t-2}, \dots, Z_{t-k+1}) \quad (2.12)$$

Nilai ϕ_{kk} dapat ditentukan melalui persamaan Yule Walker sebagai berikut:

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad (2.13)$$

¹⁸William W. S. Wei, *Time Series Analysis* (America: Department of Statistick Temple Yuniversity, 1994), h.32.

¹⁹ Aswi dan sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h.13.

untuk $j = 1, 2, \dots, k$.

Perhatikan model regresi dengan peubah terikat Z_{t+k} dari proses yang stasioner dengan rata-rata nol diregresikan atas peubah bebas $Z_{t+k-1}, Z_{t+k-2}, \dots, Z_t$ yaitu:

$$Z_{t+k} = \phi_{k1}Z_{t+k-1} + \phi_{k2}Z_{t+k-2} + \dots + \phi_{kk}Z_t + a_{t+k} \quad (2.14)$$

dimana ϕ_{ki} adalah parameter regresi ke-I dan a_{t+k} adalah bentuk sisa (*error term*) yang tidak berkorelasi dengan Z_{t+k-j} , untuk $j \geq 1$. Dengan mengalikan kedua ruas persamaan 2.12 dengan Z_{t+k-j} kemudian menghitung nilai harapan kedua ruas, diperoleh:

$$\gamma_k = \phi_{k1}\gamma_{j-1} + \phi_{k2}\gamma_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\gamma_{j-k} \quad (2.15)$$

Karena itu didapatkan,

$$\rho_j = \phi_{k1}\rho_{j-1} + \phi_{k2}\rho_{j-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_{j-k}, \quad (2.16)$$

untuk $j = 1, 2, \dots, k$, berlaku persamaan sebagai berikut:

$$\rho_1 = \phi_{k1}\rho_0 + \phi_{k2}\rho_1 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-1},$$

$$\rho_2 = \phi_{k1}\rho_1 + \phi_{k2}\rho_0 + \dots + \phi_{kk}\rho_{k-2},$$

⋮

$$\rho_k = \phi_{k1}\rho_{k-1} + \phi_{k2}\rho_{k-2} + \dots + \phi_{kk}\rho_0,$$

Sistem persamaan di atas dapat dituliskan dalam bentuk matriks sebagai berikut:

$$\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \rho_3 & \dots & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \rho_{k-4} & \dots & 1 \end{vmatrix} \begin{vmatrix} \phi_{k1} \\ \phi_{k2} \\ \vdots \\ \phi_{kk} \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \rho_1 \\ \rho_1 \\ \vdots \\ \rho_k \end{vmatrix}$$

Dengan menggunakan metode Cramer, untuk $k=1, 2, \dots$, diperoleh:

$$\phi_{11} = \rho_1$$

$$\phi_{22} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & \rho_2 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_2 - \rho_1^2}{1 - \rho_1^2}$$

$$\phi_{33} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 \\ \rho_2 & \rho_1 & \rho_3 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 \\ \rho_2 & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}} = \frac{\rho_1^3 - 2\rho_1\rho_2 + \rho_1\rho_2^2 - \rho_1^2\rho_3 + \rho_3}{1 - 2\rho_1^2 + 2\rho_1^2\rho_2 - \rho_2^2}$$

$$\phi_{kk} = \frac{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_1 \\ \rho_1 & 1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_2 \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-3} & \dots & \rho_1 & \rho_k \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} 1 & \rho_1 & \rho_1 & \dots & \rho_{k-2} & \rho_{k-1} \\ \rho_1 & 1 & \rho_2 & \dots & \rho_{k-3} & \rho_{k-2} \\ \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\ \rho_{k-1} & \rho_{k-2} & \rho_{k-2} & \dots & \rho_1 & 1 \end{vmatrix}}$$

Metode yang lebih efisien untuk menyelesaikan metode Yule Walker adalah sebagai berikut:²⁰

$$\phi_{kk} = \frac{\rho_{k-\sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_{k-j}}}{1-\sum_{j=1}^{k-1} \phi_{k-1,j} \rho_j} \quad (2.17)$$

dimana,

$$\phi_{kj} = \phi_{k-1,j} - \phi_{kk} \phi_{k-1,k-j} \text{ untuk } j=1, 2, \dots, k-1.$$

Taksiran kesalahan baku (*standard error*) dari γ_{kk} adalah

$$s_{\phi_{kk}} = \sqrt{\frac{1}{n}} \quad (2.18)$$

Nilai statistik uji t untuk uji $\phi_{kk} = 0$ atau $\phi_{kk} \neq 0$ adalah

$$t_{\phi_{kk}} = \frac{\phi_{kk}}{s_{\phi_{kk}}} \quad (2.19)$$

G. Model ARIMA (Box-Jenkins)

Model *AutoRegressive/Integrated/Moving Average* (ARIMA) telah dipelajari secara mendalam oleh George Box dan Gwilym Jenkins (1976), dan nama mereka sering disinonimkan dengan proses ARIMA yang diterapkan untuk analisis deret waktu, peramalan dan pengendalian. Box dan Jenkins secara efektif telah berhasil mencapai kesepakatan mengenai informasi relevan yang diperlukan untuk memahami dan menggunakan model-model ARIMA untuk deret waktu satu peubah (*univariate*).

²⁰ Durbin, *The Fitting of Time Series Method* (The Institut of International Statistics, 28, 1960), h. 233-244.

Model ARIMA terdiri dari dua aspek, yaitu aspek *autoregressive* dan *moving average* (rata-rata bergerak).²¹

Model ARIMA dikenal dengan adanya konstanta p, d, q. di mana p dikenal dengan konstanta untuk *Autoregressive*, d dikenal dengan konstanta untuk defensiasi membuat data menjadi stasioner, sedangkan q adalah konstanta untuk tingkat *Moving Average*. Nilai konstanta p dan q, biasanya didapatkan dari estimasi gambar *Correlogram ACF (Autocorrelation Function)* dan *PACF (Partial Autocorrelation Function)*. Sedangkan untuk nilai konstanta d, umumnya dilakukan dengan *trial error* terhadap nilai p, d, dan q yang sudah didapatkan.²²

Model Box-Jenkins terdiri dari beberapa model, yaitu *Autoregressive (AR)*, *Moving Average (MA)*, *Autoregressive- Moving Average (ARMA)*, dan *Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)*.

1. Proses *White Noise*

Suatu proses $\{a_t\}$ dinamakan *white noise process* (proses yang bebas dan identik) jika bentuk peubah acak yang berurutan tidak saling berkorelasi dan mengikuti distribusi tertentu. Rata-rata $E(a_t) = \mu_a$ dari proses ini diasumsikan bernilai nol dan mempunyai variansi yang konstan yaitu $\text{var}(a_t) = \sigma_a^2$ dan nilai kovariansi untuk proses ini $\gamma_k = \text{cov}(a_t, a_{t+k}) = 0$ untuk $k \neq 0$.²³

²¹ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h.21.

²² Ali Baroroh, *Analisis Multivariat dan Time Series dengan SPSS* 21. 2013. (Jakarta: PT Elex Media komputindo, 2013), h. 141.

²³ William W.S.Wei, *Time Series Analysis*, h. 13.

Proses *white noise* merupakan proses yang penting karena dianggap sebagai faktor pembangun bagi proses deret waktu lainnya. Dapat ditunjukkan bahwa proses *white noise* bersifat stasioner, sering ditulis $a_t \sim \text{WN}(0, \sigma^2)$.²⁴

Karena variabel *random* a_t tidak berkorelasi, maka fungsi autokovariansinya adalah:

$$\gamma_k = \begin{cases} \sigma_a^2 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

dan fungsi autokorelasi dengan bentuk yang sederhana, yaitu:

$$\rho_k = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

Fungsi autokorelasi parsial:

$$\phi_{kk} = \begin{cases} 1 & k = 0 \\ 0 & k \neq 0 \end{cases}$$

2. Proses AR (*Autoregressive*)

Autoregressive adalah nilai sekarang suatu proses dinyatakan sebagai jumlah tertimbang nilai-nilai yang lalu ditambah satu sesatan (guncangan *random*) sekarang. Jadi dapat dipandang Z_t diregresikan pada p nilai Z yang lalu.²⁵

Model umum deret waktu *autoregressive* adalah

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t \quad (2.20)$$

atau,

$$(1 - \phi_1 B - \phi_2 B^2 - \dots - \phi_p B^p) Z_t = a_t$$

²⁴ Zanzawi Soejati, *Analisis Runtun Waktu*, h. 2. 24.

²⁵ Aswi dan Sukarna, *Analisis Deret Waktu*, h. 20.

$$\phi_p(B)Z_t = a_t$$

Karena $\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$ berhingga, tidak ada batasan yang dibutuhkan parameter dari proses *autoregressive* untuk menjamin *invertible*. Oleh karena itu, proses *autoregressive* selalu *invertible*. Supaya proses ini stasioner, akar-akar dari $\phi_p(B) = 0$ harus berada di luar lingkaran satuan.

3. Proses MA (*Moving Average*)

Bentuk umum suatu proses *moving average* orde q dinyatakan MA(q) adalah:

$$Z_t = a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

atau,

$$Z_t = \theta_q(B)a_t$$

(2.21)

dimana $\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q)$

Fungsi autokovariansi dari proses *moving average* orde q

$$\gamma_k = E(Z_t \cdot Z_{t-k})$$

$$\gamma_k = E[(a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q})(a_{t-k} - \theta_1 a_{t-k-1} - \theta_2 a_{t-k-2} - \dots - \theta_q a_{t-k-q})]$$

Oleh karena itu, variansi dari proses ini adalah

$$\gamma_0 = (1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)\sigma_a^2,$$

dan,

$$\gamma_k = \begin{cases} \left(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q \right) \sigma_a^2, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Jadi fungsi autokorelasi dari proses MA(q) adalah

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q)}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Karena $(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2) < \infty$, proses *moving average* berhingga selalu stasioner. Proses *moving average invertible* jika akar-akar dari $\theta_q(B) = 0$ berada di luar lingkaran satuan.

4. Proses ARMA (*Autoregressive Moving Average*)

Model umum untuk campuran proses AR dan MA adalah :

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + a_t - \theta_1 a_{t-1} - \theta_2 a_{t-2} - \dots - \theta_q a_{t-q}$$

Dimana: Z_t = data periode ke-t

ϕ_p = parameter *autoregressive* ke-p

θ_q = parameter *moving average* ke-q

a_t = nilai kesalahan pada saat t.

atau dapat ditulis dengan ,

$$\phi_p(B)Z_t = \theta_q(B)a_t \quad (2.22)$$

dimana,

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\text{dan } \theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q).$$

Dalam banyak kasus analisis data deret waktu, proses AR maupun MA cukup memadai, namun kadangkala ditemui kasus dimana identifikasi model menghasilkan kesimpulan bahwa data mengikuti proses AR sekaligus MA atau sebagian mengikuti proses AR sedangkan sebagian lagi mengikuti proses MA. Dalam kasus seperti ini data dikatakan mengikuti proses ARMA.

5. Proses ARIMA (*Autoregressive Integrated Moving Average*)

Proses ARIMA (p, d, q) berarti suatu deret waktu non stasioner yang setelah diambil selisih dari *lag* tertentu atau dilakukan pembedaan menjadi stasioner yang mempunyai model AR derajat p dan MA derajat q. Secara umum model ARIMA (p, d, q) adalah sebagai berikut:

$$\phi_p(B)(1 - B)^d Z_t = \theta_q(B) a_t \quad (2.23)$$

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q).$$

$\phi_1, \phi_2, \phi_3, \dots, \phi_p$ adalah koefisien orde p

$\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_q$ adalah koefisien orde q

$(1 - B)^d$ adalah orde *differencing* non musiman

Z_t adalah besarnya pengamatan (kejadian) pada waktu ke-t, a_t adalah suatu proses *white noise* atau galat pada waktu ke-t yang diasumsikan mempunyai rata-rata 0 dan variansi σ_a^2 .

Memasukkan faktor musiman (S) ke dalam model akan dapat mereduksi besarnya sisaan yang disebabkan oleh faktor musiman. Bentuk umum dari model campuran dengan faktor musiman adalah ARIMA (p,d,q)(P,D,Q)¹²:

$$\phi_p(B)\Phi_P(B^S)(1 - B)^d(1 - B^S)^D Z_t = \theta_q(B)\Theta_Q(B^S)a_t$$

dimana:

p,d,q = orde AR, *differencing*, dan MA non-musiman,

P,D,Q = orde AR, *differencing*, dan MA musiman,

$$\phi_p(B) = (1 - \phi_1 B - \phi_1 B^2 - \dots - \phi_p B^p)$$

$$\theta_q(B) = (1 - \theta_1 B - \theta_2 B^2 - \dots - \theta_q B^q).$$

$$\Phi_P(B^S) = 1 - \Phi_1 B^S - \Phi_2 B^{2S} - \dots - \Phi_P B^{PS})$$

$$\Theta_Q(B^S) = 1 - \Theta_1 B^S - \Theta_2 B^{2S} - \dots - \Theta_Q B^{QS})$$

$(1 - B)^d$ = orde *differencing* non-musiman.

$(1 - B^S)^D$ = orde *differencing* musiman.

H. *Prosedur Box-Jenkins*

Untuk menentukan apakah perilaku data mengikuti pola AR, MA, ARMA, atau ARIMA, dan untuk menentukan ordo AR, MA serta tingkat proses diferensiasi untuk menjadi data stasioner, Box dan Jenkins telah mengembangkan suatu prosedur yang dikenal dengan prosedur Box-Jenkins. Terdapat empat tahapan prosedur Box-Jenkins yaitu identifikasi model, estimasi parameter, evaluasi model, serta prediksi atau peramalan.²⁶

1. Identifikasi Model

Tahap awal untuk melakukan identifikasi model sementara adalah menentukan apakah data deret waktu yang akan digunakan untuk peramalan sudah stasioner atau tidak, baik dalam rata-rata maupun dalam variansi. Jika data belum stasioner dalam mean, maka perlu dilakukan *differencing* dan jika data belum stasioner dalam variansi, maka dilakukan proses transformasi. Setelah data stasioner maka langkah selanjutnya adalah melihat plot FAK dan FAKP dari *correlogram*, dari plot tersebut bisa diidentifikasi beberapa kemungkinan model yang cocok untuk dijadikan model.

²⁶Bambang Juanda dan Junaidi, *Ekonometrika Deret waktu*, h. 74.

Secara umum bentuk FAK dan FAKP dari model ARIMA (p, 0, q) dapat dilihat dalam Tabel 2.2 berikut:²⁷

Tabel 2.2 Bentuk FAK dan FAKP dari model ARIMA (p,0,q)

Model ARIMA	FAK	FAKP
<i>Autoregressive AR (p)</i>	Turun secara eksponensial (sinusoida) menuju nol dengan bertambahnya k (<i>dies down</i>)	Terpotong setelah lag p (lag 1,2, ...,p) yang signifikan berbeda dengan 0) (<i>cut off after lag p</i>)
<i>Moving Average MA (q)</i>	<i>cut off after lag p</i>	<i>Dies Down</i>
Campuran AR dan MA ARMA (p, q)	<i>Dies Down</i>	<i>Dies Down</i>

2. Penaksiran Parameter

Setelah diperoleh dugaan model awal ARIMA (p, d, q), selanjutnya parameter dari model tersebut ditaksir, sehingga didapatkan besaran koefisien model. Secara umum, penaksiran parameter model ARIMA Box-Jenkins dapat dilakukan dengan menggunakan beberapa metode seperti metode *moment*, metode *least squared*, metode *maximum likelihood*, dan sebagainya. Berikut merupakan penaksiran parameter model ARIMA Box-Jenkins dengan menggunakan metode Moment. Secara ringkas metode *moment* ini adalah metode yang paling mudah untuk diterapkan, dimana taksiran parameter berdasarkan pada hubungan:²⁸

²⁷ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 79.

²⁸ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 108.

$$\mu = \bar{Z} = \frac{\sum_{t=1}^n Z_t}{n} \text{ dan } \rho_k = r_k.$$

Sehingga penaksiran parameter untuk sebagian model ARIMA adalah sebagai berikut:

a. Model *Autoregressive*

Pada persamaan model umum AR (p) dinyatakan sebagai berikut:

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-p} + e_t$$

Apabila ke dua sisi persamaan di atas dikalikan Z_{t-k} dimana $k=1, 2, 3, \dots, p$ hasilnya adalah:

$$Z_t Z_{t-k} = \phi_1 Z_{t-k} Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-k} Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-k} Z_{t-p} + Z_{t-k} e_t \quad (2.24)$$

Dengan mengambil nilai harapan pada persamaan di atas menghasilkan:

$$E[Z_t \cdot Z_{t-k}] = E[\phi_1 Z_{t-k} Z_{t-1} + \phi_2 Z_{t-k} Z_{t-2} + \dots + \phi_p Z_{t-k} Z_{t-p} + Z_{t-k} e_t]$$

$$E[Z_t \cdot Z_{t-k}] = \phi_1 E[Z_{t-k} \cdot Z_{t-1}] + \phi_2 E[Z_{t-k} \cdot Z_{t-2}] + \phi_p E[Z_{t-k} \cdot Z_{t-p}] + \dots + E[Z_{t-k} \cdot e_t]$$

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}$$

Kemudian, kedua sisi persamaan dibagi dengan γ_0 dengan definisi $\rho_k = \frac{\gamma_k}{\gamma_0}$,

persamaan tersebut akan menjadi :

$$\frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \frac{\phi_1 \gamma_{k-1} + \phi_2 \gamma_{k-2} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}}{\gamma_0}$$

$$\frac{\gamma_k}{\gamma_0} = \phi_1 \cdot \frac{\gamma_{k-1}}{\gamma_0} + \phi_2 \cdot \frac{\gamma_{k-2}}{\gamma_0} + \dots + \phi_p \cdot \frac{\gamma_{k-p}}{\gamma_0}$$

$$\rho_k = \phi_1 \rho_{k-1} + \phi_2 \rho_{k-2} + \dots + \phi_p \rho_{k-p}$$

Apabila $k=1, 2, 3, \dots, p$, maka sistem persamaan berikut yang dikenal sebagai persamaan Yule-Walker akan didapat:

$$\rho_1 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 \rho_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-1}$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2 + \dots + \phi_p \rho_{p-2}$$

$$\vdots$$

$$\rho_p = \phi_1 \rho_{p-1} + \phi_2 \rho_{p-2} + \dots + \phi_p$$

Karena nilai-nilai teoritis untuk $\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_p$ tidak diketahui, koefisien tersebut diganti dengan nilai penaksirannya, yaitu $\hat{\rho}_1, \hat{\rho}_2, \dots, \hat{\rho}_p$ atau r_1, r_2, \dots, r_k . Persamaan di atas kemudian dapat dipecahkan untuk $\phi_1, \phi_2, \dots, \phi_p$ guna memperoleh penaksiran awal model-model AR.

Dari prosedur tersebut, diperoleh nilai taksiran parameter untuk model AR (1) dimana $p = 1$,

$$\hat{\phi}_1 = r_1 \text{ sebab } \rho_1 = \phi_1$$

Untuk model AR(2) dimana $p = 2$, penulisan persamaan Yule-Walker akan menghasilkan:

$$\rho_1 = \phi_1 + \phi_2 \rho_1$$

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 + \phi_2$$

Setelah persamaan diselesaikan dan ρ_1 maupun ρ_2 diganti dengan r_1 dan r_2 diperoleh nilai taksiran parameter model AR(2) sebagai berikut:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{r_1(1-r_2)}{1-r_1^2}$$

$$\hat{\phi}_2 = \frac{r_2-r_1^2}{1-r_1^2}$$

b. Model *Moving Average*

Proses MA (q) dapat dinyatakan dalam koefisien-koefisien MA, sebagai berikut:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(-\theta_k + \theta_1\theta_{k+1} + \theta_2\theta_{k+2} + \dots + \theta_{q-k}\theta_q)}{(1 + \theta_1^2 + \theta_2^2 + \dots + \theta_q^2)}, & k = 1, 2, \dots, q \\ 0 & k > q \end{cases}$$

Karena nilai teoritis ρ_k , tidak diketahui maka nilai taksiran pendahuluan dari koefisien $\theta_1, \theta_2, \theta_3, \dots, \theta_q$ dapat diperoleh dengan mensubstitusikan autokorelasi r_k kemudian dipecahkan.

Proses MA(1), dimana q=1, sehingga persamaan menjadi:

$$\rho_k = \begin{cases} \frac{(-\theta_1)}{(1 + \theta_1^2)} & , \quad k = 1 \\ 0 & k \geq 2 \end{cases}$$

Dengan mensubstitusi r_1 untuk ρ_1 dan mencoba memecahkan θ_1 , akan diperoleh:

$$r_1 \hat{\phi}_1^2 + \hat{\phi}_1 + r_1 = 0$$

Nilai taksiran model MA(1) diperoleh dengan menyelesaikan persamaan di atas yaitu:

$$\hat{\phi}_1 = \frac{-1 \pm \sqrt{1 - 4r_1^2}}{2r_1}$$

c. Model *Autoregressive Moving Average*

untuk memperoleh taksiran awal model-model ARMA campuran, maka persamaan AR dan MA harus dikombinasikan, sebagai berikut:

$$\gamma_k = \phi_1 E(Z_t Z_{t-1}) + \dots + \phi_p E(Z_{t-p} Z_{t-k}) + E(a_t Z_{t-k}) - \theta_1 E(a_{t-1} Z_{t-k}) - \dots - \theta_q E(a_{t-q} Z_{t-k})$$

Apabila $k > q$, maka $E(a_{t-q} Z_{t-k}) = 0$, sehingga

$$\gamma_k = \phi_1 \gamma_{k-1} + \dots + \phi_p \gamma_{k-p}$$

Varians dan autokovarians dari proses ARMA (1,1)

$$Z_t = \phi_1 Z_{t-1} + a_t + \theta_1 a_{t-1}$$

Dengan mengalikan kedua ruas dengan Z_{t-k} dan memasukkan nilai harapannya, maka akan diperoleh nilai γ_0 dan γ_1 sebagai berikut:

$$\gamma_0 = \frac{1 + \phi_1^2 - 2\phi_1\theta_1}{1 - \phi_1^2}$$

$$\gamma_1 = \frac{(1 - \phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 - \phi_1^2}$$

untuk persamaan $\rho_1 = \frac{\gamma_0}{\gamma_1}$ diperoleh:

$$\rho_1 = \frac{(1 - \phi_1\theta_1)(\phi_1 - \theta_1)}{1 - \phi_1^2 - 2\phi_1\theta_1}$$

Untuk $k = 2$ fungsi autokorelasinya menjadi:

$$\rho_2 = \phi_1 \rho_1 \quad (2.25)$$

3. Pemeriksaan Diagnostik

Pemeriksaan diagnostik (*diagnostic checking*) dapat dibagi ke dalam dua bagian, yaitu uji kesignifikanan parameter dan uji kesesuaian model (meliputi uji asumsi *white noise* dan distribusi normal).

a. Uji Kesignifikanan Parameter

Model ARIMA yang baik dapat menggambarkan suatu kejadian adalah model yang salah satunya menunjukkan bahwa penaksiran parameternya signifikan berbeda dengan nol. Secara umum, misalkan θ adalah suatu parameter pada ARIMA Box-Jenkins dan $\hat{\theta}$ adalah nilai taksiran dari parameter tersebut, serta $SE(\hat{\theta})$ adalah *standard error* dari nilai taksiran $\hat{\theta}$, maka uji kesignifikanan parameter dapat dilakukan dengan tahapan sebagai berikut:

Hipotesis : $H_0: \hat{\theta} = 0$

$$H_1: \hat{\theta} \neq 0$$

Statistik Uji : $t = \frac{\hat{\theta}}{SE(\hat{\theta})}$

Daerah penolakan:

Tolak H_0 jika $|t| > t_{\frac{\alpha}{2}}; df = n - np, np =$ banyaknya parameter atau

dengan menggunakan nilai-p (*p value*), yakni tolak H_0 jika nilai-p $< \alpha$.

b. Uji Kesesuaian Model

1) Uji Sisa *White Noise*

Hipotesis:

H_0 : Model sudah memenuhi syarat cukup (sisa memenuhi syarat *white noise*)

H_1 : Model belum memenuhi syarat cukup (sisa tidak *white noise*)

Atau dapat ditulis,

$$H_0: \rho_1 = \rho_2 = \dots = \rho_K = 0$$

H_1 : Minimal ada satu $\rho_j \neq 0, j = 0, 1, 2, \dots, K$

Statistik uji, yaitu statistic uji *Ljung Box* atau *Box-Pierce Modified*

$$Q^* = n(n+2) \sum_{k=1}^K \frac{\hat{\rho}_k^2}{(n-k)}$$

Dimana $\hat{\rho}_k^2$ diperoleh dari

$$\hat{\rho}_k^2 = \frac{\sum_{t=1}^{n-k} (\hat{a}_t - \bar{\hat{a}})(\hat{a}_{t+k} - \bar{\hat{a}})}{\sum_{t=1}^n (\hat{a}_t - \bar{\hat{a}})^2}$$

Daerah penolakan:

Tolak H_0 jika $Q^* > \chi^2_{\alpha; df=K-m}$. K berarti pada *lag* K dan m adalah jumlah parameter yang ditaksir dalam model.

2) Uji Asumsi Distribusi Normal

Uji asumsi ini bertujuan untuk mengetahui apakah data telah memenuhi asumsi kenormalan atau belum. Salah satu cara yang dapat ditempuh untuk melakukan uji asumsi kenormalan adalah uji

Kolmogorov Smirnov dengan menggunakan pedoman pengambilan keputusan yaitu jika nilai- $p < 0,05$, data tidak berasal dari populasi yang berdistribusi normal. Jika nilai- $p \geq 0,05$, data berasal dari populasi yang berdistribusi normal.

4. Kriteria Pemilihan Model Terbaik

Pada pemodelan data deret waktu, ada kemungkinan terdapat beberapa model yang sesuai yaitu semua parameternya signifikan, sisa memenuhi asumsi *white noise* serta berdistribusi normal. Untuk menentukan model yang terbaik dari beberapa model yang memenuhi syarat tersebut dapat digunakan beberapa kriteria antara lain: kriteria *Mean Square Error* (MSE), *Akaike's Information Criterion* (AIC) dan *Schwarz Bayesian Criterion* (SBC). Model terbaik dipilih yang nilai kriterianya terkecil.²⁹

a. *Mean Square Error* (MSE)

Mean Square Error (MSE) adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik berdasarkan pada hasil sisa peramalannya. Kriteria MSE dirumuskan sebagai berikut:

$$MSE = \frac{1}{N} \sum_{t=1}^N \hat{a}_t^2$$

Dengan \hat{a}_t = taksiran sisa pada peramalan

$$\hat{a}_t = (Z_t - \hat{Z})$$

N = banyaknya sisa

²⁹ Aswi dan Sukarna, *Analisis Data Deret Waktu*, h. 129.

Semakin kecil nilai MSE berarti nilai taksiran semakin mendekati nilai sebenarnya, atau model yang dipilih merupakan model terbaik.

b. *Akaike's Information Criterion (AIC)*

Akaike's information criterion (AIC) adalah suatu kriteria pemilihan model terbaik yang diperkenalkan oleh *Akaike* pada tahun 1973 dengan mempertimbangkan banyaknya parameter dalam model. Kriteria AIC dapat dirumuskan sebagai berikut:

$$AIC = n \times \ln (SSE/n) + 2f + n + n \times \ln(2\pi)$$

Dengan :

\ln = *log natural*

SSE = *Sum Square Error*

n = banyaknya pengamatan

f = banyaknya parameter dalam model ($p+d+q$)

π = 3,14

Semakin kecil nilai AIC yang diperoleh berarti semakin baik model yang digunakan.

c. *Schwartz Bayesin Criterion (SBC)*

Schwartz Bayesin Criterion (SBC) adalah kriteria pemilihan model terbaik pemilihan model terbaik yang pada nilai yang terkecil. Kriteria tersebut dirumuskan sebagai berikut:

$$SBC = n \ln (SSE/n) + f \ln (2\pi)$$

dengan,

Ln = *Log natural*

SSE = *Sum Square Error*

n = banyaknya pengamatan

π = 3,14

f = banyaknya parameter dalam model ($p+d+q$)

Semakin kecil nilai SBC yang diperoleh, semakin baik model yang digunakan.

5. Peramalan

Langkah terakhir adalah memprediksi nilai untuk periode selanjutnya dari model terbaik. Jika data semula sudah melalui transformasi, peramalan yang kita dapat harus dikembalikan ke bentuk semula. Prediksi suatu data baik dilakukan untuk jangka waktu yang singkat sedangkan prediksi untuk jangka waktu yang panjang diperlukan untuk melihat kecenderungan (*trend*). Pada dasarnya prediksi untuk jangka waktu yang panjang kurang baik untuk dilakukan sebab bila meramalkan jauh kedepan tidak akan diperoleh nilai empiris untuk residual setelah beberapa waktu, sehingga hal tersebut menyebabkan nilai harapan residual seluruhnya bernilai nol dan angka prediksi menjadi kurang akurat.

I. *Model Autoregressive Integrated Moving Average With Exogenous Variables (ARIMAX) dengan Input Skala Metrik (Fungsi Transfer)*

Salah satu model deret waktu yang dapat dipandang sebagai perluasan model deret waktu ARIMA adalah model ARIMAX yakni model ARIMA dengan variabel eksogen. Dalam model ini faktor-faktor yang mempengaruhi variabel dependen Y pada waktu ke- t tidak hanya oleh fungsi variabel Y dalam waktu (dalam bentuk model deret waktu tertentu, seperti ARIMA), tetapi juga oleh variabel-variabel independen lainnya pada waktu ke- t . secara umum, bentuk model ARIMAX (p, d, q) dapat diberikan dengan persamaan berikut:³⁰

$$(1-B)^d D(B)Y_t = \mu + C(B)\varepsilon_t + \alpha_1 X_{1t} + \dots + \alpha_k X_{kt} \quad (2.26)$$

Dengan B yang merupakan operator balik (*backward*), $(B^j X)_t = X_{t-j}$

$$D(B) = 1 - a_1 B + a_2 B^2 + \dots + a_p B^p$$

$$C(B) = 1 - b_1 B + b_2 B^2 + \dots + b_q B^q \quad \text{dan} \quad \mu, a_1, a_2, \dots, a_p, b_1, b_2, b_q, \alpha_1, \dots, \alpha_k, \text{ bilangan real.}$$

Model fungsi transfer merupakan salah satu teknik analisis data dalam analisis deret waktu (*time series*) yaitu gabungan pendekatan regresi dan *time series* (ARIMA) untuk errornya. Salah satu keunikan dan kelebihan dari model ini adalah

³⁰ Dedi Rosadi, *Analisis Ekonometrika & Runtun Waktu Terapan dengan R Aplikasi untuk bidang ekonomi, bisnis dan keuangan* (Yogyakarta: Penerbit Andi, 2011), h. 189-190.

unsur regresi dalam modelnya sehingga model fungsi transfer dapat dikatakan sebagai model yang melibatkan analisis regresi dalam analisis *time series*.³¹

Model fungsi transfer adalah suatu model yang menggambarkan bahwa nilai prediksi masa depan dari suatu *time series* (disebut *output series* atau y_t) yang berdasarkan pada nilai-nilai masa lalu dan *time series* itu sendiri dan berdasarkan pula pada satu atau lebih *time series* yang berhubungan (disebut *input series* atau x_t) dengan *output series* tersebut.

1. Bentuk Umum Model Fungsi Transfer

Bentuk umum dari model fungsi transfer untuk *single-input* (x_t) dan *single output* (y_t) adalah sebagai berikut:³²

$$y_t = v(B)x_t + \eta_t \quad (2.27)$$

dimana;

y_t = representasi dari deret *output* yang stasioner

x_t = representasi dari deret *input* yang stasioner

³¹ M. Faturrahman, "Pemodelan Fungsi Transfer Multi Input" . *Jurnal Informatika Mulawarman* vol.4 no.2 (Juli 2009), h. 8 .<http://informatikamulawarman.files.wordpress.com/2010/02/06-artikel-pak-fathur-v-2-1.pdf> (Diakses 29 Mei 2014).

³² Farisma Indrawati B.N dan Brodjol Sutijo, "Pemodelan Jumlah Ketersediaan Beras untuk Jawa Timur dengan Pendekatan Fungsi Transfer". *Jurnal Sains dan Seni ITS* vol.1, no.2 (September 2012), h. D-82. http://ejurnal.its.ac.id/index.php/sains_seni/article/download/776/239. (Diakses 29 Mei 2014).

η_t = representasi dari komponen *error* (deret *noise*) yang mengikuti suatu model ARIMA tertentu

$$v(B) = v_0 - v_1B - v_2B^2 - \dots - v_kB^k \rightarrow \text{dimana } k, \text{ orde fungsi transfer.}$$

Persamaan (2.25) di atas dapat pula dituliskan dalam bentuk sebagai berikut:

$$v(B) = \frac{\omega_s(B)B^b}{\delta_r(B)} \rightarrow y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + n_t \quad (2.28)$$

atau,

$$y_t = \frac{(1 - \omega_1B - \omega_2B^2 - \dots - \omega_sB^s)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + n_t \quad (2.29)$$

dimana :

b = banyaknya periode sebelum deret *input* (x_t) mulai berpengaruh terhadap deret *output* (y_t).

$\omega_s(B) = (\omega_0 - \omega_1B - \omega_2B^2 - \dots - \omega_sB^s)$ adalah operator dari order s , yang merepresentasikan banyaknya pengamatan masa lalu x_t yang berpengaruh terhadap y_t .

$\delta_r(B) = (1 - \delta_1B - \delta_2B^2 - \dots - \delta_rB^r)$ adalah operator dari order r , yang merepresentasikan banyaknya pengamatan masa lalu dari deret output itu sendiri yang berpengaruh terhadap y_t .

2. Prosedur untuk Menentukan Model Fungsi Transfer

Tahap-tahap dalam pemodelan fungsi transfer untuk deret *input* (x_t) dan deret *output* (y_t) adalah dengan cara mengidentifikasi deret input tunggal terlebih dahulu supaya mendapatkan order model ARIMA. Setelah didapatkan model ARIMA untuk deret input tunggal dan deret output selanjutnya dilakukan pemutihan dan dilanjutkan dengan perhitungan korelasi silang untuk masing-masing deret *input* dengan *output* yang berguna untuk menentukan nilai r , s , b .

Berikut dipaparkan prosedur pendekatan fungsi transfer:

a. Tahap Pertama: Identifikasi Bentuk Model

1) Mempersiapkan deret *input* dan deret *output*

Pada tahap ini yang perlu dilakukan adalah mengidentifikasi kestasioneran deret *input* dan *output*. Untuk menghilangkan ketidakstasioneran maka perlu mentransformasi atau melakukan pembedaan deret-deret *input* dan *output*.

2) *Prewhitening* (pemutihan) deret *input*

Pemutihan deret *input* bertujuan untuk menjadikan deret *input* menjadi lebih dapat diatur dengan menghilangkan seluruh pola yang diketahui supaya yang tertinggal hanya *white noise*. Proses *Prewhitening* ini menggunakan model ARIMA untuk deret *input*. Oleh karena itu, sebelum proses *prewhitening*, dibangun terlebih dahulu model ARIMA bagi deret

input x_t . *Prewhitening* deret *input* x_t dengan proses ARIMA (p,0,q) adalah:

$$\phi_x(B)x_t = \theta_x(B)\alpha_t \quad (2.30)$$

Mengubah deret *input* x_t menjadi deret α_t sebagai berikut:

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)}x_t = \alpha_t \quad (2.31)$$

Dimana:

α_t = deret *input* yang telah di *prewhitening*

$\phi_x(B)$ = operator *Autoregressive*

$\theta_x(B)$ = operator *Moving Average*

x_t = deret *input*

3) Pemutihan deret *output*

Apabila suatu transformasi pemutihan dilakukan untuk x_t maka transformasi yang sama juga harus diterapkan terhadap y_t supaya fungsi transfer dapat memetakan x_t ke dalam y_t . Transformasi pada y_t tidak harus mengubah y_t menjadi *white noise*. Berikut merupakan deret y_t yang telah diputihkan:

$$\frac{\phi_x(B)}{\theta_x(B)}y_t = \beta_t \quad (2.32)$$

Dimana:

β_t = deret *input* yang telah di *prewhitening*

$\phi_x(B)$ = operator *Autoregressive*

$\theta_x(B)$ = operator *Moving Average*

y_t = deret output

- 4) Perhitungan korelasi silang dan autokorelasi deret *input* dan deret *output* yang telah *diprewhitening*

Di dalam memodelkan ARIMA koefisien autokorelasi merupakan statistik yang membantu menetapkan model. Sedangkan dalam memodelkan fungsi transfer autokorelasi memerankan peranan kedua untuk koefisien korelasi silang. Fungsi korelasi silang adalah ukuran kekuatan hubungan antar dua variabel. Korelasi silang antara α_t dan β_t menentukan tingkat hubungan antar nilai α_t pada waktu t dengan nilai β_t pada waktu $t+k$.³³ Koefisien korelasi silang dari input x_t dan output y_t untuk *lag* ke- k didefinisikan sebagai berikut:

$$r_{xy} = \hat{\rho}_{xy}(k) = \frac{c_{xy}(k)}{\sqrt{c_{xx}(0)c_{yy}(0)}} = \frac{c_{xy}(k)}{s_x s_y} \quad (2.33)$$

Dengan,

$$c_{xy}(k) = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})$$

Sehingga r_{xy} menjadi

$$r_{xy} = \frac{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^{n-k} (X_t - \bar{X})(Y_{t+k} - \bar{Y})}{\sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (X_t - \bar{X})^2 \sum_{t=1}^n (Y_{t+k} - \bar{Y})^2}} \quad (2.34)$$

Perhitungan korelasi silang pada *input* x_t terhadap *output* y_t digunakan untuk mengetahui nilai r , s , b yang diidentifikasi dari plot korelasi silang.

³³ Spyros Makridakis dkk, *Metode dan Aplikasi Peramalan*, Edisi ke-2 (Jakarta: Erlangga, 1999), h. 456.

5) Identifikasi awal model fungsi transfer deret *input*

Setelah diperoleh nilai korelasi silang, maka tahap selanjutnya adalah mengidentifikasi model fungsi transfer. Penetapan (r, s, b) untuk model fungsi transfer yang menghubungkan deret *input* dan deret *output* dari hasil perhitungan korelasi silang pada *input* x_t terhadap *output* y_t . Tiga parameter kunci dalam model fungsi transfer adalah (r, s, b) dimana r menunjukkan ordo fungsi $\delta(B)$, s menunjukkan ordo fungsi $\omega(B)$, dan b menunjukkan keterlambatan yang dicatat pada x_{t-b} pada persamaan

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \alpha_t \quad (2.35)$$

Untuk mendapatkan nilai r, s, b merupakan suatu tugas peramal. Sehingga diperoleh persamaan berikut ini:

$$v(B)x_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} \quad (2.36)$$

Jika pernyataan tersebut diperluas dan koefisien dibandingkan, akan diperoleh persamaan berikut ini:

$$v_k = 0 \quad \text{untuk } k \leq b-1 \quad (2.36a)$$

$$v_k = \delta_1 v_{k-1} + \dots + \delta_r v_{k-r} + \omega_0 \quad \text{untuk } k=b \quad (2.36b)$$

$$v_k = \delta_1 v_{k-1} + \dots + \delta_r v_{k-r} + \omega_{k-b} \quad \text{untuk } k=b+1, \dots, b+s \quad (2.36c)$$

$$v_k = \delta_1 v_{k-1} + \dots + \delta_r v_{k-r} \quad \text{untuk } k \geq b+s+1 \quad (2.36d)$$

Berikut ini beberapa aturan yang dapat digunakan untuk menduga nilai r , s , b suatu fungsi transfer.³⁴

- a) Nilai r menyatakan bahwa y_t dipengaruhi oleh nilai masa lalunya y_{t-1}, \dots, x_{t-r} , $r = 0$ bila ada beberapa *lag* plot pada korelasi silang yang terpotong.
 - b) Nilai s menyatakan seberapa lama deret y_t terus dipengaruhi $x_{t-b-1}, x_{t-b-1}, \dots, x_{t-b-s}$ sehingga dapat dikatakan bahwa nilai s adalah bilangan pada *lag* plot korelasi silang sebelum terjadinya pola menurun.
 - c) Nilai b menyatakan bahwa y_t tidak dipengaruhi oleh x_t sampai periode $t+b$. Besarnya b dapat ditentukan dari *lag* yang pertama kali signifikan pada plot korelasi silang.
- 6) Identifikasi model deret gangguan (*noise*)

Setelah didapat model fungsi transfer untuk deret input x_t maka langkah selanjutnya adalah penaksiran awal deret gangguan (*noise*) dari model fungsi transfer dengan menggunakan persamaan sebagai berikut:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} + n_t \quad (2.37)$$

$$n_t = y_t - \frac{\omega_s(B)}{\delta_r(B)} x_{t-b} \quad (2.38)$$

³⁴ William W.S Wei, *Univariate and Multivariate Methods* (California: Addison Wesley Publishing Company, 1994), h. 324.

7) Penetapan (p_n, q_n) untuk model ARIMA $(p_n, 0, q_n)$ dari deret gangguan η_t

Setelah menggunakan persamaan deret gangguan η_t . Nilai-nilai η_t dianalisis dengan cara ARIMA biasa untuk menentukan model ARIMA yang tepat sehingga diperoleh p_n dan q_n . Dengan cara ini fungsi $\phi_n(B)$ dan $\theta_n(B)$ untuk deret gangguan η_t dapat diperoleh untuk mendapatkan persamaan:

$$\phi_n(B)\eta_t = \theta_n(B)a_t \quad (2.39)$$

b. Tahap Kedua: Penaksiran Parameter-Parameter Fungsi Transfer

Langkah kedua setelah mengidentifikasi bentuk model adalah penaksiran parameter-parameter model fungsi transfer input tunggal yang dilakukan secara iteratif sebanyak variabel fungsi transfer yang digunakan. Secara umum, jika ada variabel fungsi transfer sebanyak k variabel, maka akan ada k tahapan pemodelan fungsi transfer ditambah dengan model ARIMA sebelum fungsi transfer pertama. Data dibagi menjadi beberapa bagian berdasarkan waktu-waktu terjadinya fungsi transfer, yaitu:

- 1) Data sebelum fungsi transfer pertama yaitu $t = 1, 2, \dots, T_1-1$ (sebanyak n_0)
- 2) Data sesudah fungsi transfer pertama sampai sebelum intervensi kedua yaitu $t=T_1, T_1+1, \dots, T_2-1$ (sebanyak n_1)
- 3) Data sesudah fungsi transfer ke- k sampai dengan data terakhir yaitu $t=T_k, T_{k+1}, \dots, n$ (sebanyak n_k)

Sebelum mengestimasi parameter model fungsi transfer, terlebih dahulu mengestimasi parameter model ARIMA. Metode maximum likelihood dapat digunakan untuk memperoleh nilai taksiran parameter dari model AR(1).

Parameter yang akan ditaksir adalah $(\theta_0, \phi, \sigma_a^2)$. Berdasarkan asumsi awal bahwa data berdistribusi normal, penjabaran fungsi likelihoodnya mengikuti bentuk fungsi kepadatan peluang distribusi normal. Untuk model AR(1), variansi $Z_t = \sigma_a^2 / (1 - \phi_1^2)$ dan rata-rata atau $E[\dot{Z}_t] = 0$ atau $Z_t = \mu$. Penjabaran fungsi kepadatan peluang untuk data pertama atau Z_1 dengan rata-rata $\mu = \theta_0 / (1 - \phi_1)$ dan variansi $\sigma_a^2 / (1 - \phi_1^2)$ adalah:

$$f(Z_t : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)}} \exp\left(-\frac{(Z_1 - (\theta_0/(1-\phi_1)))^2}{2\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)}\right).$$

Untuk data yang kedua,

$$Z_2 = \theta_0 + \phi_1 Z_1 + a_2$$

Dimana $\theta_0 + \phi_1 Z_1$ sebagai konstanta, kemudian

$a_2 \sim N(0, \sigma_a^2)$ dapat dituliskan menjadi

$$Z_2 \sim N(\theta_0 + \phi_1 Z_1, \sigma_a^2).$$

Fungsi kepadatan peluang untuk data yang kedua ini dituliskan sebagai berikut

$$f(Z_2 : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2} (Z_2 - \theta_0 - \phi_1 Z_1)^2\right).$$

Fungsi kepadatan peluang untuk data ketiga, keempat, kelima dan seterusnya, dapat diperoleh dengan cara yang sama. Apabila data yang dimiliki sampai pada

$t = T_1 - 1$, dapat dituliskan fungsi kepadatan peluang untuk waktu $t = T_1 - 1$ sebagai berikut:

$$f(Z_{T_1-1} : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma_a^2}} \exp\left(-\frac{1}{2\sigma_a^2} (Z_{T_1-1} - \theta_0 - \phi_1 Z_{T_1-2})^2\right).$$

Fungsi likelihood untuk model AR (1) dapat diperoleh sebagai berikut:

$$\begin{aligned} &= -\frac{1}{2}\ln(2\pi) - \frac{1}{2}\ln(\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)) - \left(\frac{(Z_1 - (\theta_0/(1-\phi_1)))^2}{2\sigma_a^2/(1-\phi_1^2)}\right) - \frac{(n_0-1)}{2}\ln(2\pi) - \\ &\quad \frac{(n_0-1)}{2}\ln(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 \end{aligned} \quad (2.40)$$

Penaksiran maximum likelihood untuk $(\theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$ adalah nilai-nilai yang dapat memaksimumkan $L(\theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$. Masalah yang dihadapi selanjutnya adalah menentukan titik-titik untuk setiap parameter yang memaksimumkan fungsi logaritma likelihood-nya dengan mengambil turunan pertamanya dan menyamakannya dengan nol. Langkah selanjutnya adalah menganggap bahwa nilai Z_1 sebagai peubah deterministik karena untuk $t=1$ nilai $Z_1 = \theta_0 + a_t$ sehingga cukup memaksimumkan fungsi

$$\ln \sum_{t=2}^{n_0} f(Z_t : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2) = -\frac{(n_0-1)}{2}\ln(2\pi) - \frac{(n_0-1)}{2}\ln(\sigma_a^2) - \frac{1}{2\sigma_a^2} \sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2.$$

Ada tiga parameter yang akan ditaksir pada model ini yaitu $(\theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$. Dengan mengambil turunan terhadap ketiga parameter tersebut dan menyamakannya dengan nol. Menurunkan fungsi $\ln \sum_{t=2}^{n_0} f(Z_t : \theta_0, \phi_1, \sigma_a^2)$ terhadap θ_0 dan ϕ_1 ekuivalen dengan meminimumkan

$$\sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2 = \sum_{t=2}^{n_0} (a_t)^2,$$

Sehingga kita dapat menyelesaikannya dengan cara penaksiran kuadrat kecil sederhana.

$$\frac{\partial (\sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \theta_0} = -2 \left(\sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}) \right) = 0$$

Dan

$$\frac{\partial (\sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1})^2)}{\partial \phi_1} = -2 \left(\sum_{t=2}^{n_0} (Z_t - \theta_0 - \phi_1 Z_{t-1}) (Z_{t-1}) \right) = 0$$

Hasil penjabaran persamaan di atas adalah:

$$-\sum_{t=2}^{n_0} Z_t + (n_0 - 1)\hat{\theta}_0 + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} = 0, \quad (2.41)$$

Dan

$$-\sum_{t=2}^{n_0} Z_t \cdot Z_{t-1} + \hat{\theta}_0 \sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^{n_0} (Z_{t-1})^2 = 0. \quad (2.42)$$

Kedua Persamaan (2.41) dan (2.42) diselesaikan secara simultan untuk

memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$ dan $\hat{\phi}_1$. Penyelesaian

$-\sum_{t=2}^{n_0} Z_t + (n_0 - 1)\hat{\theta}_0 + \hat{\phi}_1 \sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} = 0$ untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$

memberikan

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^{n_0} Z_t}{(n_0 - 1)} - \hat{\phi}_1 \frac{\sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1}}{(n_0 - 1)},$$

Kemudian disubstitusikan ke (2.42) menghasilkan

$$\hat{\phi}_1 = \frac{(n_0 - 1) \sum_{t=2}^{n_0} Z_t \cdot Z_{t-1} - \sum_{t=2}^{n_0} Z_t \cdot \sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1}}{(n_0 - 1) \sum_{t=2}^{n_0} (Z_{t-1})^2 - \left(\sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} \right)^2}.$$

Nilai $\hat{\phi}_1$ sudah diperoleh dan selanjutnya kita dapat mensubstitusikan pada (2.41)

untuk memperoleh nilai $\hat{\theta}_0$, yaitu

$$\hat{\theta}_0 = \frac{\sum_{t=2}^{n_0} (Z_{t-1})^2 \sum_{t=2}^{n_0} Z_t - \sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} \cdot \sum_{t=2}^{n_0} Z_t Z_{t-1}}{(n_0 - 1) \sum_{t=2}^{n_0} (Z_{t-1})^2 - \left(\sum_{t=2}^{n_0} Z_{t-1} \right)^2}.$$

Dengan cara yang sama dapat diperoleh taksiran parameter dari model AR(2), MA(1), MA(2), gabungan dari AR dan MA serta ARIMA.

Hasil estimasi parameter model ARIMA tersebut dimasukkan dalam model yang kemudian digunakan untuk meramal data sesudah fungsi transfer pertama sampai sebelum fungsi transfer kedua yaitu $t=T_1, T_1+1, \dots, T_2-1$ (sebanyak n_1), kemudian data hasil ramalan model ARIMA tersebut digunakan untuk membuat plot residual yang menentukan nilai b, r, s dari fungsi transfer pertama.

Setelah model ARIMA diestimasi, selanjutnya estimasi parameter untuk model fungsi transfer pertama berdasarkan bentuk umum dari model fungsi transfer, yaitu:

$$y_t = \frac{\omega(B)}{\delta(B)} x_{t-b} + \frac{\theta(B)}{\phi(B)} \alpha_t \quad (2.43)$$

Model fungsi transfer sementara yang didapatkan perlu dilakukan estimasi parameter $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_r)'$, $\omega = (\omega_0, \omega_1, \dots, \omega_s)'$, $\phi = (\phi_1, \dots, \phi_p)'$,

$\theta = (\theta_1, \dots, \theta_q)'$ dan σ_a^2 sehingga persamaan (2.43) dapat ditulis kembali menjadi

$$\delta(B)\phi(B)y_t = \phi(B)\omega(B)x_{t-b} + \delta(B)\theta(B)a_t \quad (2.44)$$

$$c(B)y_t = d(B)x_{t-b} + e(B)a_t \quad (2.45)$$

dimana,

$$\begin{aligned} c(B) &= \delta(B)\phi(B) = (1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r)(1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p) \\ &= (1 - c_1 B - c_2 B^2 - \dots - c_{p+r} B^{p+r}) \end{aligned} \quad (2.46)$$

$$\begin{aligned} d(B) &= \phi(B)\omega(B) = (1 - \phi_1 B - \dots - \phi_p B^p)(\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s) \\ &= (d_0 - d_1 B - d_2 B^2 - \dots - d_{p+s} B^{p+s}) \end{aligned} \quad (2.47)$$

dan,

$$\begin{aligned} e(B) &= \delta(B)\theta(B) = (1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r)(1 - \theta_1 B - \dots - \theta_q B^q) \\ &= (1 - e_1 B - e_2 B^2 - \dots - e_{r+q} B^{r+q}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

Jadi diperoleh,

$$\begin{aligned} e(B)a_t &= c(B)y_t - d(B)x_{t-b} \\ a_t &= \frac{c(B)y_t - d(B)x_{t-b}}{e(B)} \end{aligned} \quad (2.49)$$

$$\begin{aligned} a_t &= y_t - c_1 y_{t-1} - \dots - c_{p+r} y_{t-p-r} - d_0 x_{t-b} + d_1 x_{t-b-1} + \dots + \\ &\quad d_{p+s} x_{t-b-p-s} + e_1 a_{t-1} + \dots + e_{r+q} a_{t-r-q} \end{aligned} \quad (2.50)$$

dimana c_i , d_j , dan e_k adalah fungsi transfer dari δ_i , ω_j , ϕ_k , dan θ_1 , dari penaksiran c, d , dan e akan diperoleh hasil taksiran \hat{c}, \hat{d} , dan \hat{e} dimana

diasumsikan bahwa parameter model fungsi transfer diperoleh dengan meminimumkan a_t sehingga:

$$\begin{aligned}
 S(\delta, \omega, \phi, \theta|b) &= \sum_{t=1}^{n1} a_t^2 \\
 &= \sum_{t=1}^{n1} \left(\frac{c(B)y_t - d(B)x_{t-b}}{e(B)} \right)^2 \\
 &= \sum_{t=1}^{n1} ((c(B)y_t)^2 e(B)^{-2} - 2c(B)y_t d(B)e(B)^{-2} x_{t-b} + (d(B)x_{t-b})^2 e(B)^{-2}) \\
 &= \sum_{t=1}^{n1} ((c(B))^2 y_t^2 (e(B))^{-2} - 2c(B)y_t d(B)e(B)^{-2} x_{t-b} \\
 &\quad + (d(B))^2 e(B)^{-2} (x_{t-b})^2)
 \end{aligned}$$

dimana masing-masing parameter c , d , dan e , bergantung pada operator backshift, dan untuk memudahkan penulisan maka penulisan B dapat dihilangkan sehingga persamaan menjadi:

$$S = \sum_{t=1}^{n1} (c^2 y_t^2 e^{-2} - 2c y_t d e^{-2} x_{t-b} + d^2 e^{-2} (x_{t-b})^2)$$

Hasil taksiran akan diperoleh dengan meminimumkan $S(\delta, \omega, \phi, \theta|b)$ yaitu dengan mencari turunan pertamanya dan kemudian disamakan dengan 0. Sehingga penaksiran parameter $c(B)$ diperoleh dengan:

$$\hat{c} = \frac{d \sum_{t=1}^{n_1} y_t x_{t-b}}{\sum_{t=1}^{n_1} y_t^2} \quad (2.51)$$

Seperti halnya pada penaksiran parameter $c(B)$, taksiran \hat{d} dapat diperoleh dengan meminimumkan $S(\delta, \omega, \phi, \theta|b)$ terhadap d sebagai berikut:

$$\hat{d} = \frac{c \sum_{t=1}^{n_1} y_t x_{t-b}}{\sum_{t=1}^{n_1} (I_{t-b})^2} \quad (2.52)$$

Dari proses penaksiran di atas diperoleh persamaan (2.51) dan persamaan (2.52), jelas terlihat bahwa antara hasil taksiran \hat{c} dan \hat{d} saling bergantung. Hasil estimasi parameter model fungsi transfer pertama tersebut dimasukan ke dalam persamaan (2.37), yang dapat dituliskan sebagai berikut:

$$y_t = \frac{\omega_s(B)B^b}{\delta_r(B)} x_t + n_t,$$

yang kemudian digunakan untuk meramal data sesudah fungsi transfer ke-2 sampai dengan data terakhir yaitu $t=T_k, T_{k+1}, \dots, n$ (sebanyak n_k), kemudian data hasil ramalan model fungsi transfer pertama tersebut digunakan untuk membuat plot residual yang menentukan nilai b, r, s dari fungsi transfer ke-2.

Dengan cara yang sama seperti menentukan estimasi parameter fungsi transfer pertama kita dapat memperoleh taksiran parameter dari model fungsi transfer ke-2, yang berbeda hanya pada jumlah datanya.

Makridakis dkk menyatakan bahwa tahap penaksiran parameter ini terbagi menjadi dua bagian yaitu taksiran awal dan iterasi dalam rangka mendapatkan taksiran yang lebih baik. Hal ini melibatkan sejumlah besar perhitungan dan penaksiran parameter sehingga biasanya dilakukan dengan komputer. Taksiran awal dari parameter-parameter fungsi transfer, δ dan ω , didapatkan berdasarkan Persamaan (2.36) dan bentuk pengembangannya yaitu pada Persamaan (2.36a) sampai (2.36d).

c. Tahap ketiga: Uji Diagnosa Model Fungsi Transfer Input Tunggal

- 1) Perhitungan autokorelasi untuk nilai sisa model (r , s , b) yang menghubungkan deret *input* dan *output*

Pengujian kelayakan suatu model perlu dilakukan untuk mengetahui kesesuaian model yaitu sudah memenuhi syarat *white noise*. Caranya adalah dengan memeriksa autokorelasi dan korelasi residualnya.

Pengujian autokorelasi untuk nilai sisa menggunakan hipotesis,

H_0 : Autokorelasi pada deret sisa a_t tidak signifikan

H_1 : Autokorelasi pada deret sisa a_t signifikan

$$Q = (n - r - s - b) \sum_{k=1}^m r_{aa}^2(k)$$

Dengan,

n = banyaknya pengamatan

m = *lag* terbesar yang diperhatikan

(r , s , b) = parameter model fungsi transfer

$r_{aa}(k)$ = autokorelasi residual untuk *lag* k

Dan membandingkan hasilnya dengan tabel distribusi χ^2 dengan taraf signifikansi α dan derajat bebas $m-p_n-q_n$ (p_n , q_n) merupakan nilai *autoregressive* dan *moving average* dari deret *noise*). Tolak H_0 jika $Q \geq \chi^2_{\alpha, df}$ dan $p\text{-value} \leq \alpha$.

- 2) Perhitungan korelasi silang antara nilai sisa dengan deret gangguan yang telah *diprewhitening*

Korelasi silang antar deret input dan deret output yang telah diputihkan menggambarkan tingkat hubungan antar deret. Korelasi silang dapat dikonversi ke dalam estimasi bobot respon impuls. Susunan dalam bobot-bobot respon impuls mengindikasikan bentuk model fungsi transfer sementara, dengan menggunakan bobot-bobot respons impuls ini dapat membangkitkan suatu estimasi deret *noise* awal dari model fungsi transfer.

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

- a) Hipotesis

H_0 = Korelasi antara model *noise* dengan deret *input* tidak signifikan

H_1 = Korelasi antara model *noise* dengan deret *input* signifikan

- b) Taraf signifikansi $\alpha = 0,05$
- c) Statistik uji yang digunakan $Q = (n - n^*) \sum_{k=1}^m r_a^2(k)$
- d) Kriteria keputusan untuk menolak H_0 jika $Q \geq \chi^2_{\alpha, df}$ atau $p\text{-value} \leq \alpha$.

J. Curah Hujan

Curah hujan adalah jumlah air hujan yang jatuh di permukaan tanah selama periode tertentu diukur dalam satuan tinggi di atas permukaan horizontal apabila tidak terjadi penghilangan oleh proses penguapan, pengaliran dan peresapan. Satuan yang digunakan adalah milimeter. Bagi bidang meteorologi pertanian, curah hujan dikumpulkan berdasarkan periode harian atau setiap periode 24 jam yang diukur setiap pagi hari. Dari data harian dapat dihimpun data curah hujan mingguan, sepuluh harian, bulanan, tahunan dan sebagainya.³⁵

Curah hujan merupakan ketinggian air hujan yang terkumpul dalam tempat yang datar, tidak menguap, dan tidak mengalir. Curah hujan 1 (satu) milimeter artinya adalah luasan satu meter persegi pada tempat yang datar tertampung air sebanyak satu liter.

Menurut pengertian klimatologi, satu hari hujan adalah periode 24 jam di mana terkumpul curah hujan setinggi 0.5 mm atau lebih. Kurang dari ketentuan ini hujan dinyatakan nol, meskipun tinggi curah hujannya tetap diperhitungkan. Curah

³⁵ Catur Apralis, "Perbandingan Model Fungsi Transfer dan ARIMA Studi Kasus Model Antara Curah Hujan dan Kelembaban Udara", *Skripsi* (Jakarta: Program Studi Matematika FST UIN syarif Hidayatullah, 2010), h. 4.

hujan di suatu daerah tidaklah selalu sama dengan di daerah lain. Ada suatu daerah yang pada akhir tahun hujannya mulai meningkat tinggi dan mencapai puncaknya dan pertengahan tahun mencapai titik terendahnya. Sebaliknya, di daerah lain pada akhir tahun hujannya mencapai titik terendah, sedangkan pada pertengahan tahun mencapai titik tertingginya.

Curah hujan menurut BMKG dibagi menjadi empat kelompok, yaitu:

1. Curah hujan rendah: 0-20 mm, 21-50 mm, 51-100mm.
2. Curah hujan menengah: 101-150 mm, 151-200 mm, 201-300 mm.
3. Curah hujan tinggi: 301-400mm.
4. Curah hujan sangat tinggi: 401-500 mm >500 mm.

Salah satu faktor yang mempengaruhi curah hujan adalah kelembaban udara. Kelembaban udara adalah perbandingan antara massa uap dalam suatu satuan volum dengan massa uap yang jenuh dalam satuan volum itu pada suhu yang sama. Secara umum kelembaban menyatakan banyaknya kadar air yang ada di udara. Banyaknya uap yang bergerak di dalam atmosfer berpengaruh terhadap besarnya hujan, lamanya hujan, dan intensitas curah hujan. Kelembaban tertinggi umumnya terjadi pada musim penghujan dan paling rendah pada musim kemarau. Variasi kelembaban bergantung dari suhu udara, jika pagi hari suhu rendah, maka kelembaban akan lebih tinggi jika dibanding pada siang hari saat suhu tinggi.

BAB III

METODE PENELITIAN

A. Jenis Penelitian

Jenis penelitian yang digunakan adalah penelitian terapan. Selanjutnya hasil penelitian tersebut akan dijabarkan berupa hasil pengamatan studi yang akan dituangkan dalam penulisan karya tulis berupa tugas akhir.

B. Jenis dan Sumber Data

Jenis data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data sekunder berupa data curah hujan dan data kelembaban udara mulai dari bulan Januari 2003 sampai dengan bulan Desember 2012 yang diperoleh dari arsip Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Makassar.

C. Waktu dan Lokasi Penelitian

Waktu yang digunakan dalam pelaksanaan penelitian ini adalah sekitar 4 bulan terhitung dari bulan Juni 2014 sampai dengan Oktober 2014 dan lokasi penelitian adalah Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Makassar. Lokasi lainnya seperti perpustakaan UIN Alauddin Makassar dan Ruang Baca Jurusan Matematika FST UIN yang memiliki buku-buku yang berkaitan dengan judul penelitian.

D. Variabel Penelitian

Variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu variabel respon (deret *output*) dan variabel prediktor (deret *input*). Deret *output* (y_t) yang menjadi fokus penelitian adalah data curah hujan dan deret *input* (x_t) penelitian adalah data kelembaban udara BPS Kota Makassar.

E. Definisi Operasional Penelitian

1. Jumlah Curah Hujan (y_t)

Variabel *output* (y_t) adalah jumlah curah hujan di Kota Makassar. Yang dimaksud dengan jumlah curah hujan yakni banyaknya curah hujan di Kota Makassar dengan satuan mm (milimeter) setiap bulan mulai bulan Januari 2003 sampai dengan bulan Desember 2012.

2. Kelembaban Udara(x_t)

Variabel *input* (x_t) adalah kelembaban udara di Kota Makassar. Yang dimaksud dengan Kelembaban Udara yakni rata-rata kelembaban udara di Kota Makassar dengan satuan % (persen) setiap bulan mulai bulan Januari 2003 sampai dengan bulan Desember 2012.

F. *Prosedur penelitian*

Adapun prosedur penelitian yang akan digunakan dalam mencapai tujuan penelitian adalah sebagai berikut:

1. Menentukan model peramalan curah hujan di kota makassar menggunakan model ARIMAX
 - a. Mengidentifikasi model ARIMA deret *output* dan deret *input*

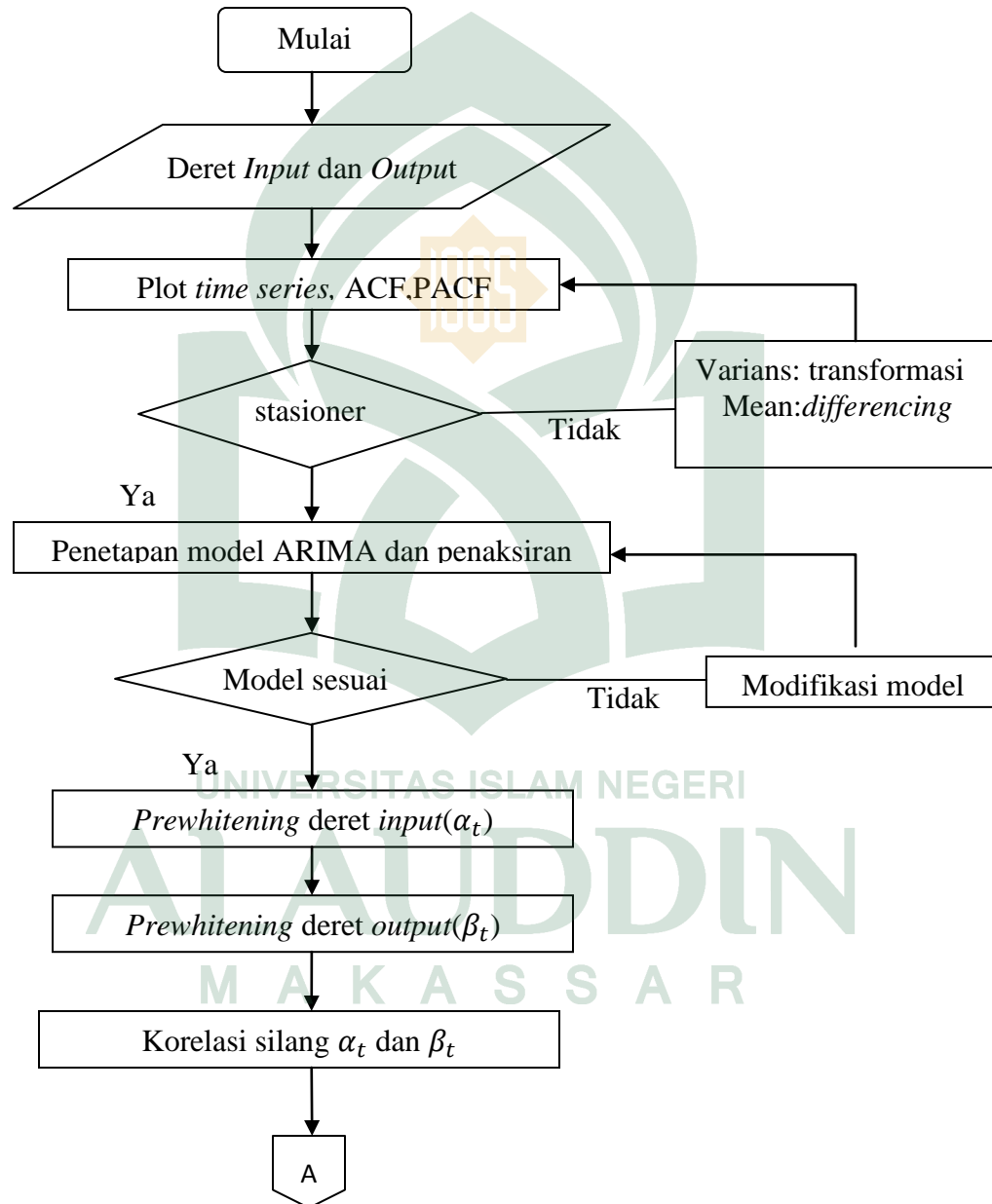
y_t : Curah Hujan (deret *output*)

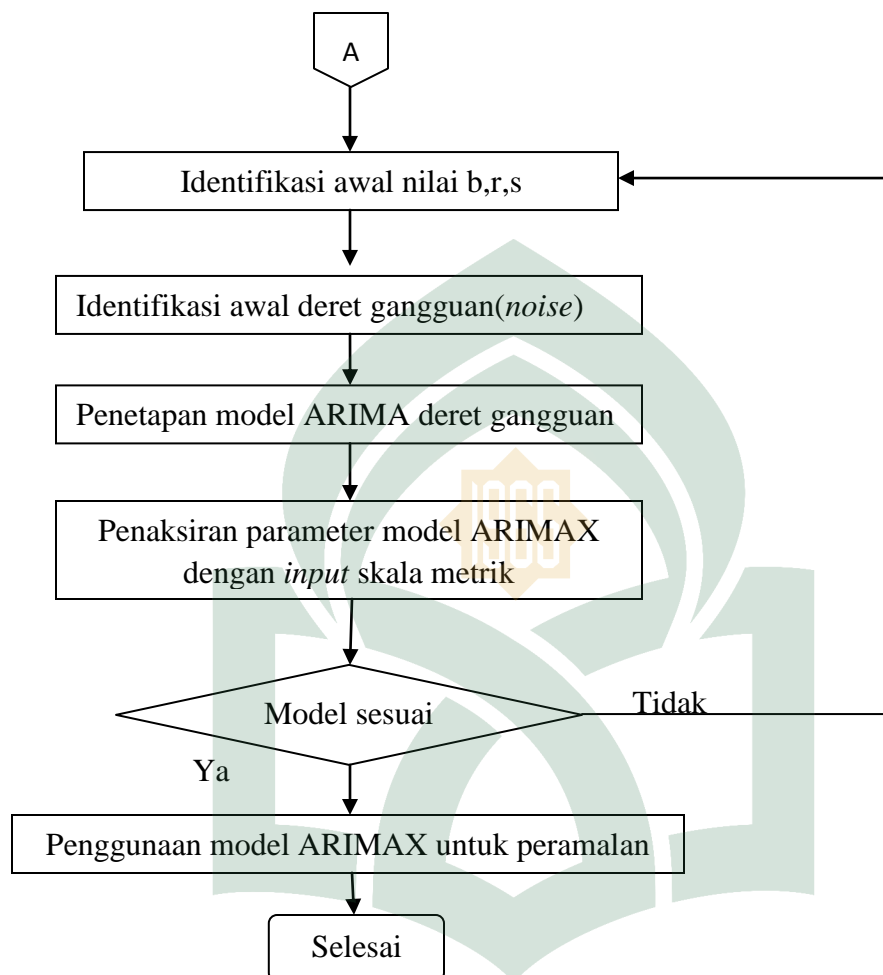
x_t : Kelembaban Udara (deret *input*)
 - b. *Prewhitening*/pemutihan deret *input* (Kelembaban Udara) dan deret *output*(Curah Hujan)
 - c. Menghitung korelasi silang dan autokorelasi antara deret *input* dan deret *output* yang telah *diprewhitening*
 - d. Identifikasi awal model ARIMAX dengan *input* skala metrik (fungsi transfer)
 - e. Identifikasi model deret gangguan (*noise*)
 - f. penetapan (p_n, q_n) untuk model ARIMA($p_n, 0, q_n$) dari deret gangguan η_t
 - g. Identifikasi akhir parameter model ARIMAX (fungsi transfer)
2. Peramalan

Pada tahap ini dilakukan Penerapan model peramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015 dengan menggunakan model ARIMAX yang telah didapatkan.

G. Alur Penelitian

Alur penelitian dijelaskan pada Gambar 3.1 berikut:





Gambar 3.1. Alur Penelitian

BAB IV

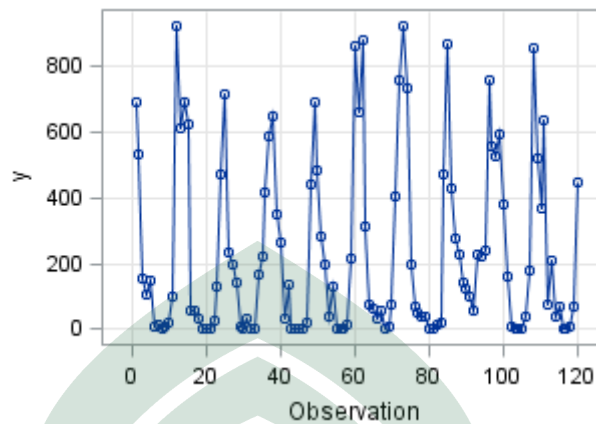
HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada bab ini model ARIMAX dengan *input* skala metrik (Fungsi Transfer) akan diaplikasikan pada data curah hujan di Kota Makassar dengan variabel *input* yang digunakan yaitu data kelembaban udara dengan data yang digunakan bersumber dari BPS Kota Makassar mulai dari periode Januari 2003 sampai dengan Desember 2012. Untuk lebih jelasnya akan dipaparkan tahap-demi tahap pembentukan model ARIMAX dengan fungsi transfer yang pada tahap selanjutnya digunakan sebagai peramalan.

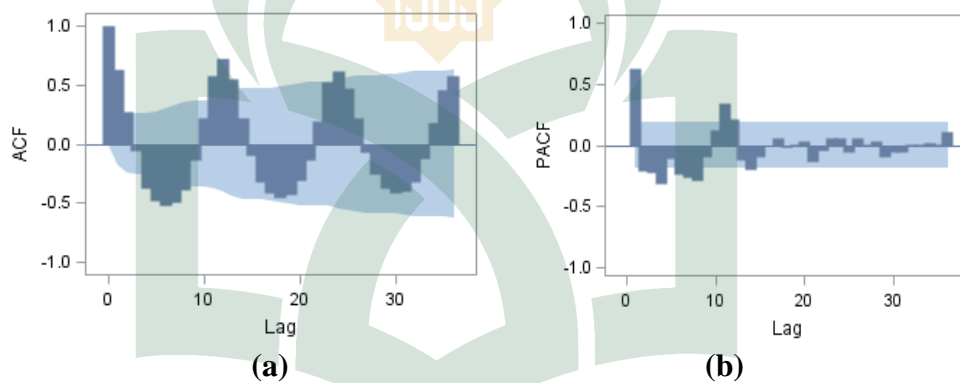
A. Hasil

1. Menentukan model peramalan curah hujan di Kota Makassar menggunakan model ARIMAX
 - a. Identifikasi model ARIMA deret *input* dan deret *output*
 - 1) Identifikasi deret *output* curah hujan

Gambar 4.1 dan Gambar 4.2 berikut merupakan diagram deret waktu (plot data asli), diagram FAK dan FAKP dari data curah hujan.



Gambar 4.1 Diagram Deret Waktu Data Curah Hujan



Gambar 4.2 (a) Diagram FAK Data Curah Hujan

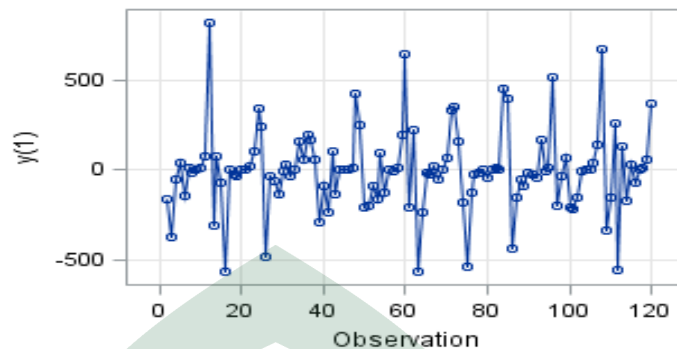
(b) Diagram FAKP Data Curah Hujan

Identifikasi berdasarkan diagram deret waktu pada Gambar 4.1, terlihat adanya pola musiman didalam data dan ada kecenderungan variasi musim yang menyebabkan hal itu terjadi karena curah hujan memang merupakan fenomena musiman.

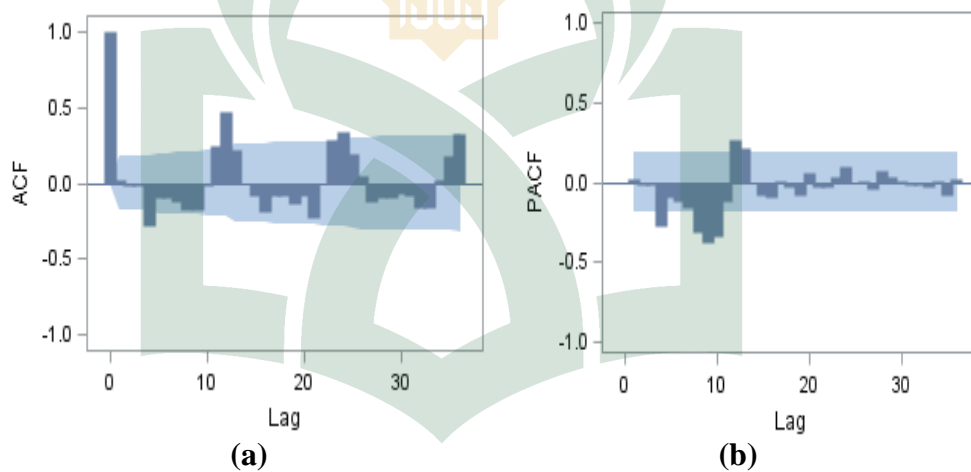
Pada diagram FAK (Gambar 4.2(a)) terlihat jelas bahwa pada *lag* 12, *lag* 24 dan *lag* 36 nilai-nilai korelasi signifikan berbeda dari nol. Nilai korelasi pada *lag* 12 adalah 0,727167, *lag* 24 adalah 0,621431 dan nilai korelasi pada *lag* 36 adalah 0,575529. Nilai korelasi tersebut menunjukkan penurunan secara lambat. Nilai-nilai korelasi selengkapnya dapat dilihat pada lampiran 2.

Karena nilai-nilai korelasi yang signifikan dan menunjukkan penurunan secara lambat sehingga dapat dikatakan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata non musiman dan rata-rata musiman 12. Data belum dapat langsung digunakan untuk mendapatkan model ARIMA untuk deret *output*, karena kestasioneran belum terpenuhi. Untuk mengatasi kecenderungan nonstasioner dilakukan *differencing* pertama non musiman ($d=1$) dan untuk menghilangkan kuatnya pengaruh musiman dilakukan *differencing* satu musiman duabelas ($D=1$).

Diagram deret waktu, diagram FAK dan FAKP data curah hujan hasil *differencing* dengan $d=1$ dapat dilihat pada Gambar 4.3, dan Gambar 4.4 berikut:



Gambar 4.3 Diagram Deret Waktu Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman

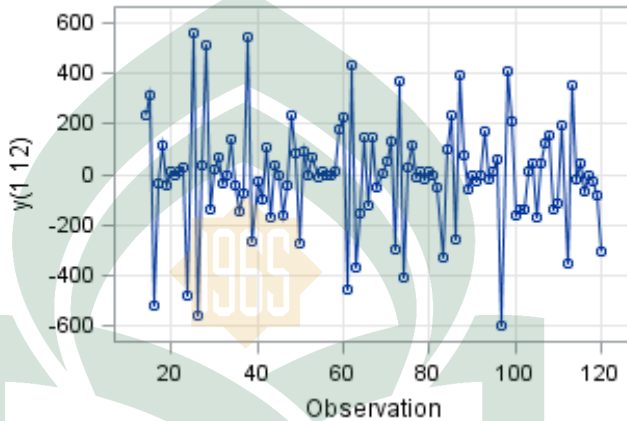


Gambar 4.4 (a) Diagram FAK Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman

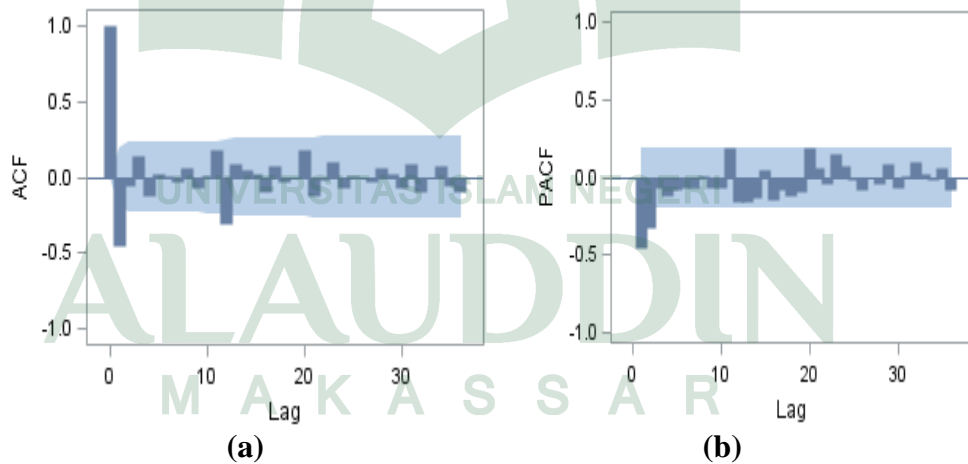
(b) Diagram FAKP Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman

Berdasarkan diagram deret waktu pada Gambar 4.3 dan diagram FAK pada Gambar 4.4(a) hasil *differencing* satu non-musiman terlihat bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman dimana pada *lag* musiman nilai autokorelasi cenderung turun lambat (lampiran 3). Karena itu dilakukan proses *differencing* satu musiman duabelas dari data hasil *differencing* satu

non-musiman. Diagram deret waktu, diagram FAK dan FAKP hasil *differencing* musiman tersebut dapat dilihat pada Gambar 4.5 dan Gambar 4.6.



Gambar 4.5 Diagram Deret Waktu Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman dan Musiman 12



Gambar 4.6 (a) Diagram FAK Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman dan Musiman Dua Belas

(b) Diagram FAKP Data Curah Hujan Hasil *Differencing* Satu Non-Musiman dan Musiman Dua Belas

Berdasarkan diagram deret waktu pada Gambar 4.5 dan diagram FAK pada Gambar 4.6(a) hasil *differencing* satu non musiman dan *differencing* satu musiman duabelas terlihat bahwa data telah stasioner dalam rata-rata. Data sudah dapat langsung digunakan untuk mendapatkan model ARIMA terbaik, karena kestasioneran telah terpenuhi. Untuk menentukan model ARIMA terbaik, berdasar pada diagram FAK(Gambar 4.6(a)) dan diagram FAKP(Gambar 4.6(b)) hasil *differencing* satu non-musiman dan *differencing* satu musiman dua belas.

Berdasarkan diagram FAK (Gambar 4.6(a)) dan diagram FAKP(Gambar 4.6(b)) dapat diduga model AR(2) untuk pola non-musiman, sebab pada diagram FAK nilai autokorelasi pada lampiran 4 terlihat mengalami penurunan dari *lag* 1 walaupun setelah *lag* 2 nilai autokorelasi turun sampai nol (*dies down*) dan pada *lag* 1 sampai *lag* 2 diagram FAKP keluar dari garis signifikan (*cut off after lag 2*). Selanjutnya, berdasarkan diagram FAK pada Gambar 4.6a(a), terlihat pada *lag* musiman yaitu *lag* 12 signifikan berbeda dari nol yang dapat dikatakan terpotong setelah *lag* 12, sedangkan pada diagram FAKP pada Gambar 4.6(b) terlihat pada *lag* 12 dan *lag* 24 yang turun secara eksponensial, mengidentifikasi bentuk MA(1). Nilai-nilai autokoelasi dan autokorelasi parsial dapat dilihat pada lampiran 4. Berdasarkan bentuk FAK dan FAKP deret output curah hujan didapatkan

dugaan awal model yang sesuai untuk data curah hujan adalah ARIMA (2,1,0)(0,1,1)¹².

Pada tahap identifikasi telah dilakukan dugaan awal model ARIMA untuk deret *output* data curah hujan maka selanjutnya perlu dipilih model mana yang terbaik dengan pengujian kesignifikanan parameter dan uji kesesuaian model yang meliputi uji kecukupan model (uji apakah sisanya *white noise*) dan uji asumsi distribusi normal. Hasil pengolahan dengan menggunakan Program SAS 9.3 untuk model ARIMA (2,1,0)(0,1,1)¹² dapat dilihat pada lampiran 5.

Hasil estimasi nilai parameter model ARIMA untuk deret *output* curah hujan dapat dilihat pada Tabel 4.1 berikut:

Tabel 4.1 Estimasi Nilai Parameter dan Uji Signifikansi Model ARIMA untuk Output Curah Hujan

Model ARIMA	Estimasi Nilai Parameter	t-value	p-value
(2,1,0)(0,1,1) ¹²	$\phi_1 = -0,62351$	-6,70	<0,0001
	$\phi_2 = -0,34600$	-3,71	<0,0001
	$\Theta_1 = 0,65679$	7,87	0,0003

1) Uji statistik parameter model

Uji statistik parameter model digunakan untuk melihat signifikansi parameter model dari deret *output* curah hujan yaitu model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹²

Hipotesis

H_0 : Estimasi nilai parameter ϕ_1, ϕ_2, Θ_1 tidak signifikan dalam model

H_1 : Estimasi nilai parameter ϕ_1, ϕ_2, Θ_1 signifikan dalam model

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 4.1 semua parameter model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹² menunjukkan nilai $p - value$ yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ maka H_0 ditolak. Ini artinya parameter pada model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹² signifikan sehingga parameter dapat dimasukkan dalam model.

2) Uji kesesuaian model

Uji kesesuaian model meliputi kecukupan model (uji apakah sisanya *white noise*) dan uji asumsi distribusi normal (uji kenormalan residual model). Untuk mendeteksi adanya proses *white noise* maka perlu dilakukan uji independensi residual untuk mengetahui apakah autokorelasi residualnya signifikan (tidak berbeda nyata dari nol). Tabel 4.2 berikut merupakan olah data model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹².

Tabel 4.2 Autocorelation Check of Residuals ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹²

to lag	Chi-Square	Df	$\chi^2_{\alpha, df}$	p-value
6	7,76	3	7,81	0,0512
12	13,12	9	16,92	0,1574
18	15,92	15	25,00	0,3877
24	22,87	21	36,42	0,3511

a) Uji independensi residual

Uji ini dilakukan untuk mengetahui apakah autokorelasi residualnya signifikan (berbeda nyata dari nol). Berikut merupakan hipotesis yang digunakan:

$H_0: \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ (autokorelasi residualnya tidak signifikan)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_j \neq 0$ (autokorelasi residualnya signifikan)

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 4.2 terlihat bahwa autokorelasi residual model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹² menunjukkan nilai $p - value$ yang lebih besar dari $\alpha=0,05$. Keputusannya adalah H_0 diterima yang artinya autokorelasi residual tidak signifikan atau tidak terdapat korelasi antarlag. Oleh sebab itu dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹² telah memenuhi asumsi *white noise*.

b) Uji kenormalan residual model (uji asumsi distribusi normal)

Uji kenormalan residual model dilakukan untuk mendeteksi kenormalan residual model ARIMA deret *output* curah hujan. Salah satu uji asumsi kenormalan adalah uji Kolmogorov-Smirnov.

Hipotesis:

H_0 : Residual model berdistribusi normal

H_1 : Residual model tidak berdistribusi normal

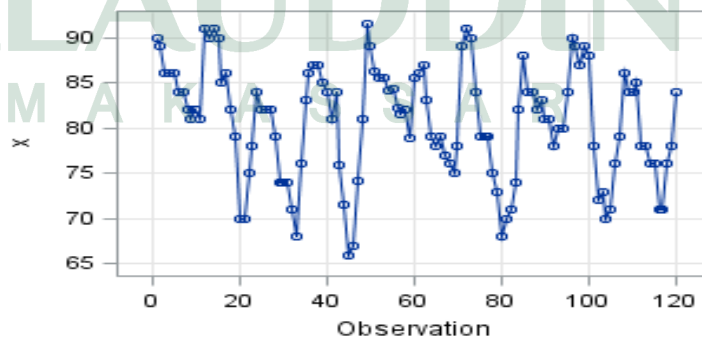
Kriteria penolakan H_0 yaitu jika $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$.

Berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov model $ARIMA(2,1,0)(0,1,1)^{12}$ pada lampiran 6 diperoleh nilai $p - value = 0,126$ yang lebih besar dari $\alpha = 0,05$, sehingga H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa residual model memenuhi asumsi kenormalan (sisa memenuhi asumsi distribusi normal).

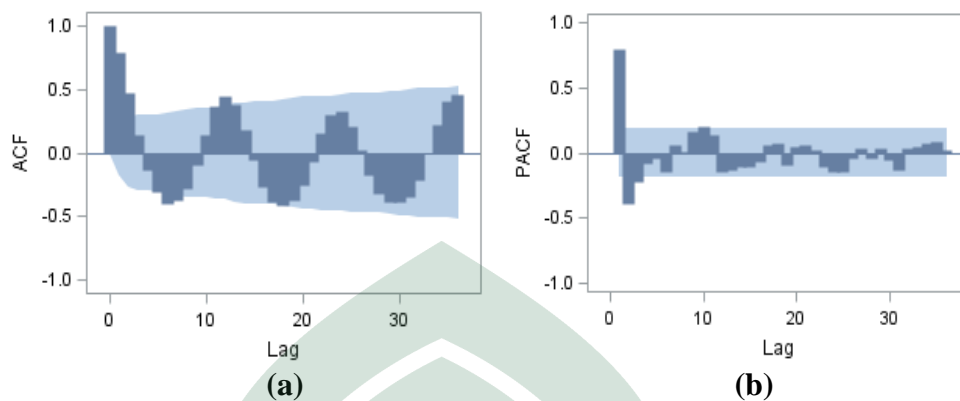
Karena semua parameter model signifikan, sisanya memenuhi syarat *white noise* dan berdistribusi normal sehingga dapat disimpulkan bahwa model $ARIMA(2,1,0)(0,1,1)^{12}$ untuk deret *output* curah hujan sesuai.

2) Identifikasi model ARIMA deret *input* kelembaban udara

Pada Gambar 4.7 dan Gambar 4.8 di bawah ini menampilkan diagram deret waktu (plot data asli) data deret *input* kelembaban udara, diagram FAK dan diagram FAKP untuk mengetahui deret *input* tersebut sudah stasioner atau belum.



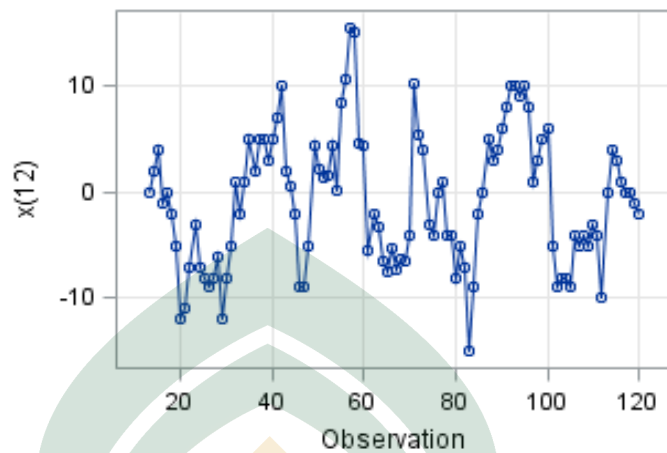
Gambar 4.7 Diagram Deret Waktu Data Kelembaban Udara



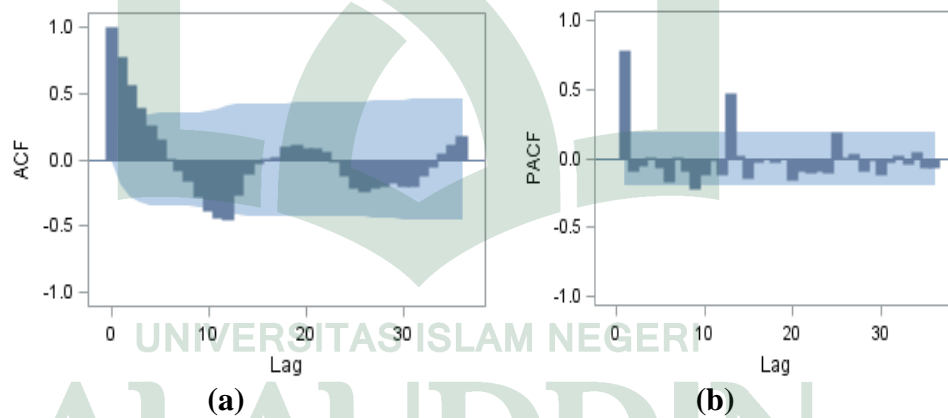
Gambar 4.8 (a) Diagram FAK Data Kelembaban Udara
(b) Diagram FAKP Data Kelembaban Udara

Identifikasi berdasarkan nilai FAK pada Gambar 4.8(a) menunjukkan bahwa data belum stasioner dalam rata-rata musiman dua belas, dari diagram FAK tersebut, nampak bahwa nilai autokorelasi (lampiran 7) pada *lag* 12 yaitu 0,448390, *lag* 24 yaitu 0,323871,... turun secara lambat sehingga untuk menstasionerkan perlu dilakukan *differencing* satu musiman ($D=1$).

Diagram deret waktu, diagram FAK dan diagram FAKP hasil *differencing* satu musiman 12 ($D=1$) ditampilkan masing-masing pada Gambar 4.9, Gambar 4.10(a) dan Gambar 4.10(b) sebagai berikut:



Gambar 4.9 Diagram Deret Waktu Data Kelembaban Udara *Differencing 1* Musiman 12



Gambar 4.10 (a) Diagram FAK Data Kelembaban Udara *Differencing 1* Musiman 12

(b) Diagram FAKP Data Kelembaban Udara *Differencing 1* Musiman 12

Berdasarkan diagram deret waktu (Gambar 4.9), diagram FAK (Gambar 4.10(a)) hasil *differencing* satu musiman duabelas terlihat bahwa data telah stasioner dalam rata-rata. Data sudah dapat langsung

digunakan untuk mendapatkan model ARIMA terbaik. Dari hasil diagram FAK pada lampiran 8 dimana pada lag awal yaitu *lag 1*, *lag 2*, dan *lag 3* signifikan berbeda dari nol (turun secara eksponensial pada lag awal) dan diagram FAKP dimana pada *lag 1* signifikan berbeda dari nol (*cut off after lag 1*) yang mengidentifikasikan bentuk MA(1) untuk pola non musiman. Diagram FAK dan FAKP mengidentifikasikan bentuk MA(1) untuk pola musimannya hal itu dikarenakan pada diagram FAK dan FAKP hasil *differencing* 1 musiman 12 tersebut, terlihat bahwa pada diagram FAK nilai autokorelasi pada *lag 12* signifikan berbeda (*cut off after lag 12*), sedangkan pada diagram FAKP nilai autokorelasi parsial signifikan pada *lag 12* dan *lag 24*. Dapat dikatakan bahwa FAKP turun eksponensial pada *lag 12*, 24 dan seterusnya. Menurut identifikasi tersebut dapat diduga model ARIMA untuk kelembaban udara adalah $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)^{12}$.

Pada tahap identifikasi telah dilakukan dugaan awal model ARIMA untuk deret *input* data kelembaban udara maka selanjutnya perlu dilakukan pengujian kesignifikanan parameter dan uji kesesuaian model yang meliputi uji kecukupan model (uji apakah sisanya *white noise*) dan uji asumsi distribusi normal untuk mengetahui apakah model telah sesuai atau belum. Hasil pengolahan dengan menggunakan Program SAS 9.3 untuk model $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)^{12}$ dapat dilihat pada lampiran 9.

Hasil estimasi nilai parameter model ARIMA untuk deret input kelembaban udara dapat dilihat pada Tabel 4.3 berikut:

Tabel 4.3 Estimasi Nilai Parameter dan Uji signifikansi Model ARIMA untuk input Kelembaban Udara

Model ARIMA	Estimasi Nilai Parameter	t-value	p-value
$(1,0,0)(0,1,1)^{12}$	$\phi_1=0,79394$	13,36	<0,0001
	$\Theta_1=0,77257$	11,46	<0,0001

1) Uji statistik parameter model

Hipotesis

H_0 : Estimasi nilai parameter ϕ_1, Θ_1 tidak signifikan dalam model

H_1 : Estimasi nilai parameter ϕ_1, Θ_1 signifikan dalam model

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 4.3 keputusannya adalah H_0 ditolak

karena semua parameter pada model $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)^{12}$ mempunyai nilai $p-value$ yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ sehingga parameter pada $ARIMA(1,0,0)(0,1,1)^{12}$ signifikan dan dapat dimasukkan ke dalam model.

2) Uji kesesuaian model

a) Uji independensi residual

Hipotesis:

$H_0: \rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ (autokorelasi residualnya tidak signifikan)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_j \neq 0$ (autokorelasi residualnya signifikan)

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$.

Tabel 4.4 berikut merupakan hasil olah data model ARIMA deret input kelembaban udara.

Tabel 4.4 *Autocorrelation Check of Residuals*
ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹²

to lag	Chi-Square	Df	$\chi^2_{\alpha;df}$	p-value
6	5,12	4	12,59	0,2757
12	9,61	10	21,02	0,4750
18	13,65	16	28,86	0,6246
24	16,85	22	36,41	0,7714

Berdasarkan Tabel 4.4 terlihat bahwa autokorelasi residual model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² menunjukkan nilai $p-value$ yang lebih besar dari alpha 0,05 atau nilai Q^* untuk semua lag kurang dari nilai $\chi^2_{\alpha;df}$.

Keputusannya adalah H_0 diterima yang artinya autokorelasi residual tidak signifikan atau tidak terdapat korelasi antarlag. Oleh sebab itu dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² cocok digunakan karena memenuhi asumsi *white noise*.

b) Uji kenormalan residual model (uji asumsi distribusi normal)

Hipotesis:

H_0 : Residual model berdistribusi normal

H_1 : Residual model tidak berdistribusi normal

Kriteria penolakan H_0 yaitu jika $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$.

Berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² pada lampiran 10 diperoleh nilai $p - value > 0,150$ yang lebih besar dari $\alpha = 0,05$, sehingga H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa residual model memenuhi asumsi distribusi normal.

Karena semua parameter model signifikan, sisanya memenuhi syarat *white noise* dan berdistribusi normal sehingga dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² untuk deret *input* kelembaban udara sesuai.

b. *Prewhitening*/pemutihan deret *input* (Kelembaban Udara) dan deret *output* (Curah Hujan)

1) *Prewhitening* (pemutihan) deret *input*

Setelah didapatkan model ARIMA untuk deret *input* kelembaban udara maka tahap *priwhitening* (pemutihan) deret *input* dapat ditentukan. *Prewhitening* (pemutihan) kelembaban udara dengan model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² dapat dibentuk dalam persamaan 4.1 sebagai berikut:

$$\phi_1(B)(1 - B^{12})x_t = \Theta_1(B^{12})\alpha_t \quad (4.1)$$

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B^{12})x_t = (1 - \Theta_1 B^{12})\alpha_t$$

$$(1 - B^{12} - \phi_1 B + \phi_1 B^{13})x_t = (1 - \Theta_1 B^{12})\alpha_t$$

$$x_t - x_{t-12} - \phi_1 x_{t-1} + \phi_1 x_{t-13} = \alpha_t - \Theta_1 \alpha_{t-12}$$

$$\alpha_t = x_t - x_{t-12} - \phi_1 x_{t-1} + \phi_1 x_{t-13} + \Theta_1 \alpha_{t-12}$$

Dengan $\phi_1 = 0,79394$, $\Theta_1 = 0,77257$ dan tetapkan $\alpha_{1-13} = 0$ sehingga deret α_t menjadi sebagai berikut:

$$\alpha_t = x_t - x_{t-12} - 0,79394x_{t-1} + 0,79394x_{t-13} + 0,77257\alpha_{t-12}$$

Berikut merupakan nilai α_t dari hasil *prewhitening* deret *input* kelembaban udara.

$$\begin{aligned}\alpha_{14} &= x_{14} - x_2 - 0,79394x_{13} + 0,79394x_1 + 0,77257\alpha_2 \\ &= 91 - 89 - 0,79394(90) + 0,79394(90) + 0,77257(0) \\ &= 91 - 89 - 71,4546 + 71,4546 + 0 \\ &= 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{15} &= x_{15} - x_3 - 0,79394x_{14} + 0,79394x_2 + 0,77257\alpha_3 \\ &= 90 - 86 - 0,79394(91) + 0,79394(89) + 0,77257(0) \\ &= 90 - 86 - 72,24854 + 70,66066 + 0 \\ &= 2,41212\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\alpha_{16} &= x_{16} - x_4 - 0,79394x_{15} + 0,79394x_3 + 0,77257\alpha_4 \\ &= 85 - 86 - 0,79394(90) + 0,79394(86) + 0,77257(0) \\ &= 85 - 86 - 71,4546 + 68,27884 + 0 \\ &= -4,17576\end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
 \alpha_{120} &= x_{18} - x_{108} - 0,79394x_{119} + 0,79394x_{107} + 0,77257\alpha_{108} \\
 &= 84 - 86 - 0,79394(78) + 0,79394(79) + 0,77257(0,219725) \\
 &= 84 - 86 - 61,92732 + 62,72126 + 0,16975294325 \\
 &= -1,03631
 \end{aligned}$$

Hasil *prewhitening* deret *input* kelembaban udara dapat dirinci pada tabel 4.5 berikut:

Tabel 4.5 Nilai Deret *Input* (α_t) yang telah *diprewhitening*

t	α_t	t	α_t	t	α_t
1	0	22	1,73334	43	4,428622
2	0	23	2,55758	44	-7,03183
3	0	24	-4,61818	45	-1,86205
4	0	25	-2,44242	46	-5,51389
5	0	26	-1,10334	47	-4,37823
6	0	27	1,008992	48	3,021464
7	0	28	-2,87455	49	-2,21209
8	0	29	-6,62299	50	9,648008
9	0	30	-0,01786	51	-1,3353
10	0	31	-1,28458	52	-0,5142
11	0	32	-1,23427	53	0,774891
12	0	33	-3,93172	54	1,697184
13	0	34	3,927006	55	0,04869
14	2	35	6,18197	56	2,808632
15	2,41212	36	-5,53757	57	2,492344
16	-4,17576	37	1,52518	58	2,824368
17	0,79394	38	0,177893	59	-0,58856
18	-2	39	-0,19018	60	-4,9542
19	-3,41212	40	0	61	-0,94051
20	-8,0303	41	0,397391	62	-1,61897
21	-1,47272	42	-2,08642	63	1,235061

t	α_t	t	α_t	t	α_t
64	-2,02998	83	-2,00436	102	-5,34443
65	-3,28134	84	0,340458	103	0,691936
66	-1,0282	85	3,895877	104	-1,0077
67	0,792167	86	-2,44616	105	0,028876
68	-1,00165	87	2,538217	106	2,435564
69	1,521272	88	-0,47472	107	-0,81524
70	0,60445	89	1,777056	108	0,219725
71	0,605905	90	-0,4066	109	-3,63335
72	9,627687	91	2,001729	110	1,214008
73	-3,3248	92	0,82941	111	1,919519
74	-1,61744	93	3,465519	112	-5,53903
75	-5,22159	94	-0,91888	113	1,456966
76	-3,18649	95	1,306033	114	-0,12894
77	0,640695	96	0,323628	115	0,358809
78	0,205646	97	-2,34168	116	-2,16034
79	-4,18194	98	0,316228	117	-0,77163
80	-1,59808	99	4,57913	118	1,881644
81	1,8185	100	1,663547	119	-1,62983
82	-2,5622	101	-8,39074	120	-1,03631

2) *Prewhitening* (pemutihan) deret *output*

Setelah tahap *prewhitening* (pemutihan) deret *input* selesai, maka selanjutnya adalah pemutihan deret *output*. Cara untuk melakukan pemutihan deret *output* yakni menggunakan persamaan 4.1 dan mengganti variabel x_t menjadi y_t serta mengganti α_t menjadi β_t . Berikut merupakan proses *prewhitening* deret *output* untuk kelembaban udara dengan model $\text{ARIMA}(1,0,0)(0,1,1)^{12}$

$$\phi_1(B)(1 - B^{12})y_t = \Theta_1(B^{12})\beta_t \quad (4.2)$$

$$(1 - \phi_1 B)(1 - B^{12})y_t = (1 - \Theta_1 B^{12})\beta_t$$

$$(1 - B^{12} - \phi_1 B + \phi_1 B^{13})y_t = (1 - \Theta_1 B^{12})\beta_t$$

$$y_t - y_{t-12} - \phi_1 y_{t-1} + \phi_1 y_{t-13} = \beta_t - \Theta_1 \beta_{t-12}$$

$$\beta_t = y_t - y_{t-12} - \phi_1 y_{t-1} + \phi_1 y_{t-13} + \Theta_1 \beta_{t-12}$$

Dengan $\phi_1 = 0,79394$, $\Theta_1 = 0,77257$ dan tetapkan $\beta_{1-13} = 0$ sehingga

deret β_t menjadi sebagai berikut:

$$\beta_t = y_t - y_{t-12} - 0,79394y_{t-1} + 0,79394y_{t-13} + 0,77257\beta_{t-12}$$

Berikut merupakan nilai β_t dari hasil *prewhitening* deret *input* kelembaban udara.

$$\begin{aligned}\beta_{14} &= y_{14} - y_2 - 0,79394y_{13} + 0,79394y_1 + 0,77257\beta_2 \\ &= 691 - 534,2 - 0,79394(614) + 0,79394(695,5) + 0,77257(0) \\ &= 691 - 534,2 - 487,47916 + 552,18527 + 0 \\ &= 221,5061\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_{15} &= y_{15} - y_3 - 0,79394y_{14} + 0,79394y_2 + 0,77257\beta_3 \\ &= 623,4 - 155,8 - 0,79394(691) + 0,79394(534,2) + 0,77257(0) \\ &= 623,4 - 155,8 - 548,61254 + 424,122748 + 0 \\ &= 343,1102\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\beta_{16} &= y_{16} - y_4 - 0,79394y_{15} + 0,79394y_3 + 0,77257\beta_4 \\ &= 53,7 - 108,4 - 0,79394(623,4) + 0,79394(155,8) + 0,77257(0) \\ &= 53,7 - 108,4 - 494,942196 + 123,695852 + 0 \\ &= -425,9463\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\beta_{17} &= y_{17} - y_5 - 0,79394y_{16} + 0,79394y_4 + 0,77257\beta_5 \\
&= 59,1 - 146,6 - 0,79394(53,7) + 0,79394(108,4) + 0,77257(0) \\
&= 59,1 - 146,6 - 42,634578 + 86,063096 + 0 \\
&= -44,0715
\end{aligned}$$

⋮

$$\begin{aligned}
\beta_{120} &= y_{120} - y_{108} - 0,79394y_{119} + 0,79394y_{107} + 0,77257\beta_{108} \\
&= 445 - 856,1 - 0,79394(71) + 0,79394(181,2) \\
&\quad + 0,77257(162,5741) \\
&= 445 - 856,1 - 56,36974 + 143,862928 + 125,599872437 \\
&= -198,008
\end{aligned}$$

Hasil *prewhitening* deret *output* untuk kelembaban udara dapat dirinci pada Tabel 4.6 berikut:

Tabel 4.6 Nilai Deret *Output* (β_t) yang telah diprewhitening

t	β_t	t	β_t	t	β_t
1	0	14	221,5061	27	204,9921
2	0	15	343,1102	28	96,07174
3	0	16	-425,946	29	-156,556
4	0	17	-44,0715	30	86,78144
5	0	18	96,76975	31	29,72788
6	0	19	-36,7746	32	-18,0496
7	0	20	11,98849	33	-5,33073
8	0	21	-6,9	34	146,841
9	0	22	8,078186	35	3,700195
10	0	23	25,53576	36	-495,04
11	0	24	-476,513	37	270,4511
12	0	25	463,7251	38	231,4208
13	0	26	-369,988	39	-18,5319

t	β_t	t	β_t	t	β_t
40	75,92872	67	65,03452	94	181,0435
41	-192,085	68	-33,0634	95	6,705489
42	179,5259	69	0,907832	96	-60,1427
43	-116,704	70	35,04053	97	26,19137
44	12,73182	71	243,2702	98	-260,783
45	-4,11836	72	-167,202	99	99,89767
46	-50,6551	73	237,2124	100	371,8624
47	-74,1558	74	-64,5816	101	-21,925
48	-193,969	75	-195,282	102	-109,493
49	295,7672	76	3,208698	103	-120,301
50	-68,5101	77	29,61097	104	4,008967
51	45,63318	78	-0,06287	105	19,53934
52	44,49787	79	33,54978	106	-42,8148
53	-90,82	80	-192,085	107	1,260598
54	130,0909	81	-16,9201	108	40,6763
55	-81,7422	82	-2,12288	109	162,5741
56	10,37501	83	-26,1651	110	-317,577
57	-5,56354	84	-153,308	111	-47,2881
58	-23,0346	85	-108,082	112	453,9002
59	125,427	86	357,2476	113	-357,843
60	117,0298	87	-318,197	114	204,5661
61	-140,221	88	176,9082	115	-101,747
62	372,1476	89	94,99041	116	49,36083
63	-249,051	90	-6,69264	117	-38,6542
64	-109,428	91	12,92713	118	-33,0774
65	49,83767	92	14,53526	119	-27,9261
66	-14,8381	93	-3,05567	120	-55,8298

Tahap selanjutnya setelah pemutihan deret *input* dan *output* selesai adalah pengecekan korelasi silang dan autokorelasi deret *input* dan *output* yang telah diputihkan.

- c. Menghitung Korelasi Silang dan Autokorelasi Deret *Input* dan Deret *Output* yang telah *diprewhitening* (diputihkan)

Pada tahap ini perhitungan korelasi silang dan autokorelasi dilakukan pada deret *input* dan deret *output* yang telah diputihkan dengan tujuan untuk mengetahui adakah hubungan dari waktu ke waktu yang mempengaruhi deret tersebut. Sebelum dilakukan korelasi silang antar deret *input* dan *output* yang perlu diselidiki adalah autokorelasi dari deret *input*. Gambar 4.11 berikut adalah hasil autokorelasi deret *input* yang telah *diprewhitening* (diputihkan).



Gambar 4.11 Diagram FAK untuk α_t

Pada Gambar 4.11 memperlihatkan autokorelasi pada deret *input* kelembaban udara yang telah diputihkan. Deret α_t yang telah dibentuk diuji autokorelasi sisaannya untuk memastikan bahwa α_t adalah deret *white noise* (rata-rata nol dan ragam konstan). Autokorelasi pada deret *input* kelembaban

udara menunjukkan pada dasarnya telah nol sehingga model ARIMA pada deret *input* dapat diterima.

Setelah autokorelasi sesuai maka dilakukan korelasi silang untuk deret *input* kelembaban udara terhadap deret *output* curah hujan yang telah *diprewhitening* (diputihkan) dari korelasi silang ini diharapkan akan diperoleh hasil dimana deret *input* tidak mempengaruhi deret *output*. Apabila ada pengaruh dari beberapa bulan yang mempengaruhi bulan-bulan selanjutnya dan sesaat kemudian pengaruh tersebut tidak ada maka itu disebut penundaan yang pada langkah selanjutnya akan dijadikan sebagai penentu waktu *delay* (b). Tabel 4.7 berikut adalah hasil dari korelasi silang deret *input* dan *output* yang telah *diprewhitening*.

Tabel 4.7 Nilai Korelasi silang untuk deret *input* dengan deret *output* yang telah *diprewhitening* (diputihkan)

<i>Lag</i>	<i>Cross Corelation</i>	<i>Lag</i>	<i>Cross Corelation</i>
0	0,522	10	-0,035
1	-0,224	11	0,042
2	0,028	12	0,034
3	0,089	13	-0,109
4	0,021	14	-0,034
5	0,080	15	0,034
6	-0,130	16	0,032
7	0,062	17	0,022
8	0,110	18	0,021
9	-0,161	19	-0,013
10	-0,035	20	0,060

Nilai korelasi silang selengkapnya terdapat pada lampiran 11 yang menjadi dasar dalam identifikasi model awal ARIMAX (fungsi transfer).

d. Identifikasi awal model ARIMAX (fungsi transfer)

Identifikasi model ARIMAX (fungsi transfer) dilakukan dengan melihat plot korelasi silang antara deret *input* dengan deret *output* yang telah *diprewhitening*. Pada deret *input* kelembaban udara nilai dari korelasi silangnya nyata pertama kali pada *lag* positif nol dengan nilai 0,522 ($b=0$). Selanjutnya untuk mendapatkan nilai s dapat dilihat berapa lama nilai x_t mempengaruhi y_t setelah nyata yang pertama. Sedangkan untuk nilai r dapat dilihat berdasarkan plot korelasi silang. Dari semua keterangan di atas dapat ditentukan nilai $b=0$, nilai s dapat ditentukan sebesar 0 dimana nilai s adalah bilangan pada *lag* plot korelasi silang sebelum terjadinya pola menurun, dan nilai r dapat ditentukan yaitu 0.

Model umum untuk pendugaan parameter awal dari model ARIMAX (fungsi transfer) adalah:

$$(1 - \delta_1 B - \dots - \delta_r B^r) y_t = (\omega_0 - \omega_1 B - \dots - \omega_s B^s) x_{t-b}$$

Sehingga model untuk pendugaan parameter awal dari x_t adalah:

$$y_t = \omega_0 x_t + \eta_t$$

$$y_t = 13,66044 x_t + \eta_t$$

Hasil pemodelan tersebut dapat dilihat pada Lampiran 12.

e. Identifikasi model deret gangguan (*noise*)

Model yang didapatkan dari identifikasi awal yaitu:

$$y_t = \omega_0 x_t + \eta_t$$

$$y_t = 13,66044x_t + \eta_t$$

Sehingga untuk memperoleh nilai dari η_t adalah:

$$\eta_t = y_t - 13,6604x_t$$

Nilai η_t untuk $t=1 - t=120$ adalah:

$$\begin{aligned}\eta_1 &= y_1 - 13,66044x_1 \\ &= 695,5 - 13,6604(90)\end{aligned}$$

$$= -533,93$$

$$\begin{aligned}\eta_2 &= y_2 - 13,66044x_2 \\ &= 534,2 - 13,6604(89)\end{aligned}$$

$$= -681,57916$$

⋮

η_{120}

Nilai dari deret gangguan dapat dirinci dalam Tabel 4.8 sebagai berikut:

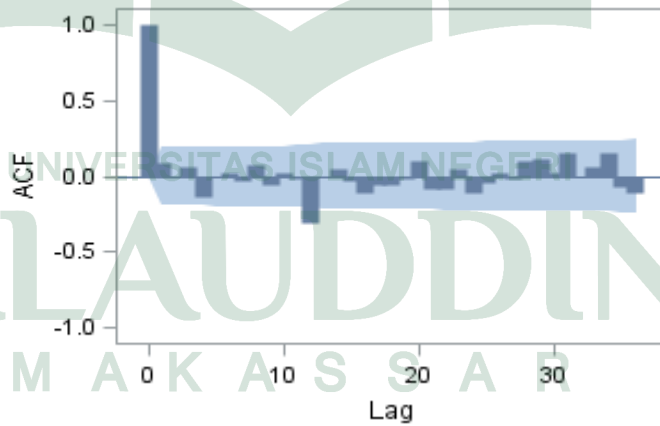
Tabel 4.8 Nilai dari model deret gangguan (*noise*)

t	nt	t	nt	t	nt
1	-533,936	34	-874,09	67	-994,951
2	-681,576	35	-909,313	68	-1034,19
3	-1018,99	36	-755,194	69	-1018,53
4	-1066,39	37	-599,955	70	-991,811
5	-1028,19	38	-541,555	71	-810,976
6	-1142,47	39	-809,734	72	-482,596
7	-1132,37	40	-882,874	73	-306,636
8	-1120,15	41	-1073,59	74	-409,474
9	-1099,59	42	-1011,47	75	-882,672
10	-1099,25	43	-1036,02	76	-1007,77
11	-1005,19	44	-978,085	77	-1030,97
12	-317,896	45	-901,586	78	-988,93
13	-615,436	46	-915,247	79	-956,209
14	-552,096	47	-995,036	80	-928,907
15	-606,036	48	-662,992	81	-956,228
16	-1107,43	49	-555,627	82	-954,188
17	-1115,69	50	-733,542	83	-993,37
18	-1087,85	51	-897,193	84	-646,053
19	-1079,17	52	-972,864	85	-332,715
20	-956,228	53	-1132,66	86	-720,174
21	-956,228	54	-1020,91	87	-869,874
22	-1001,03	55	-1147,67	88	-891,853
23	-936,611	56	-1119,88	89	-990,613
24	-676,874	57	-1113,32	90	-982,492
25	-403,353	58	-1105,42	91	-1006,69
26	-888,653	59	-863,74	92	-1008,81
27	-921,653	60	-302,364	93	-865,132
28	-937,672	61	-514,094	94	-869,432
29	-1004,57	62	-306,455	95	-906,774
30	-1008,47	63	-820,113	96	-468,436
31	-976,47	64	-1002,47	97	97
32	-969,888	65	-1004,21	98	98
33	-928,907	66	-1044,57	99	99

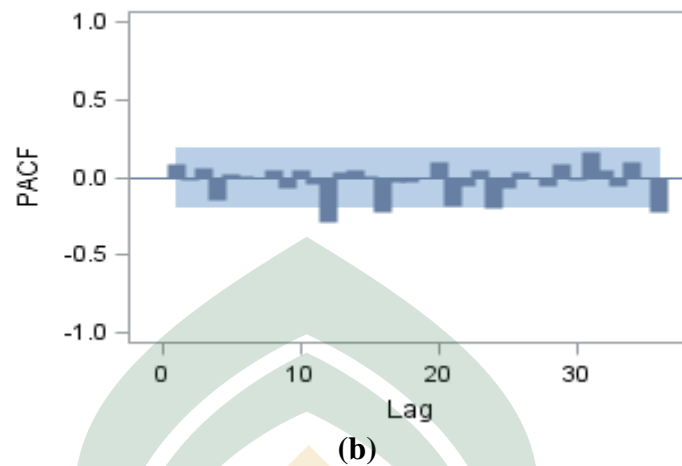
t	nt	t	nt	t	nt
100	-819,115	107	-897,972	114	-1002,79
101	-903,811	108	-318,694	115	-969,69
102	-975,149	109	-627,674	116	-969,888
103	-996,409	110	-776,474	117	-969,888
104	-956,228	111	-526,434	118	-1028,39
105	-969,888	112	-989,911	119	-994,511
106	-999,49	113	-858,711	120	-702,474

f. Penetapan (p_n, q_n) untuk model ARIMA($p_n, 0, q_n$) dari deret gangguan

Deret gangguan yang didapat tersebut kemudian dibuat diagram FAK dan FAKP sehingga dapat dilakukan dugaan model (p_n, q_n) . Gambar 4.12 berikut hasil diagram FAK dan FAKP untuk deret *input* kelembaban udara setelah dilakukan *differencing* satu musiman duabelas (D=1).



(a)



Gambar 4.12 (a) Diagram FAK Deret Gangguan
(b) Diagram FAKP Deret Gangguan

Gambar 4.12 di atas menunjukkan diagram FAK dan FAKP hasil *differencing* musiman 12 deret gangguan. Berdasarkan kedua diagram tersebut dapat diidentifikasi model ARIMA untuk deret *noisanya*. Pada diagram FAK (Gambar 4.12(a)) terlihat bahwa pada *lag* musiman yaitu *lag* 12 nilai autokorelasi (lampiran 13) signifikan berbeda dari nol (*cut off after lag 12*), dan diagram FAKP dimana pada *lag* musiman yaitu *lag* 12, *lag* 24 dan *lag* 36 terlihat bahwa *lag* mengalami penurunan (turun secara eksponensial) yang mengidentifikasi bentuk MA(1) untuk pola musiman. Sehingga dapat diduga model ARIMA untuk deret *noisanya* adalah ARIMA (0,0,0)(0,1,1)¹².

Dugaan model ARIMA untuk deret gangguan tersebut selanjutnya perlu dilakukan uji kesignifikanan parameter dan uji kesesuaian model untuk mengetahui apakah model telah sesuai atau belum.

Hasil estimasi nilai parameter model ARIMA untuk deret *noise* dapat dilihat pada Tabel 4.9 berikut:

Tabel 4.9 Estimasi Nilai Parameter dan Uji signifikansi Model ARIMA untuk deret *noise*

Model ARIMA	Estimasi Nilai Parameter	t-value	p-value
$(0,0,0)(0,1,1)^{12}$	$\Theta_1 = 0,76261$	10,63	$<0,0001$

1) Uji statistik parameter model

Hipotesis

H_0 : Estimasi nilai parameter Θ_1 tidak signifikan dalam model

H_1 : Estimasi nilai parameter Θ_1 signifikan dalam model

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 4.9 keputusannya adalah H_0 ditolak karena semua parameter pada model $ARIMA(0,0,0)(0,1,1)^{12}$ mempunyai nilai p-value yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ sehingga parameter pada $ARIMA(0,0,0)(0,1,1)^{12}$ signifikan dan dapat dimasukkan ke dalam model.

2) Uji kesesuaian model

a) Uji independensi residual

Hipotesis:

H_0 : $\rho_1 = \dots = \rho_k = 0$ (autokorelasi residualnya tidak signifikan)

H_1 : Minimal ada satu $\rho_j \neq 0$ (autokorelasi residualnya signifikan)

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Tabel 4.10 berikut merupakan hasil olah data model ARIMA deret gangguan (deret *noise*).

Tabel 4.10 *Autocorrelation Check of Residuals*
ARIMA (0,0,0)(0,1,1)¹²

to lag	Chi-Square	df	$\chi^2_{\alpha, df}$	p-value
6	2,53	5	11,07	0,7724
12	6,20	11	19,67	0,8596
18	11,63	17	27,58	0,8217
24	17,49	23	35,17	0,7845

Berdasarkan Tabel 4.10 terlihat bahwa autokorelasi residual model ARIMA(0,0,0)(0,1,1)¹² menunjukkan nilai *p-value* yang lebih besar dari $\alpha = 0,05$. Keputusannya adalah H_0 diterima yang artinya autokorelasi residual tidak signifikan atau tidak terdapat korelasi antarlag. Oleh sebab itu dapat disimpulkan bahwa model ARIMA(0,0,0)(0,1,1)¹² cocok digunakan karena memenuhi asumsi *white noise*.

b) Uji kenormalan residual model (uji asumsi distribusi normal)

Hipotesis:

H_0 : Residual model berdistribusi normal

H_1 : Residual model tidak berdistribusi normal

Kriteria penolakan H_0 yaitu jika $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan uji Kolmogorov-Smirnov model ARIMA(0,0,0)(0,1,1)¹², pada lampiran 15 diperoleh nilai $p - value > 0,150$ yang lebih besar dari $\alpha = 0,05$, sehingga H_0 diterima dan dapat disimpulkan bahwa residual model memenuhi asumsi distribusi normal.

Karena semua parameter model signifikan, sisanya memenuhi syarat *white noise* dan berdistribusi normal sehingga dapat disimpulkan bahwa model MA(1) atau ARIMA(0,0,0)(0,1,1)¹² sesuai.

Dengan demikian model untuk deret *noise* yang didapatkan yaitu:

$$\eta_t = (1 - \Theta_1 B^{12})a_t$$

$$\eta_t = (1 - 0,76261B^{12}) a_t$$

g. Pendugaan Akhir Parameter Model ARIMAX (Fungsi Transfer)

Pendugaan akhir model fungsi transfer dilakukan dengan mengkombinasikan model awal serta deret *noisenya*. Kombinasi model fungsi transfer beserta sisaannya, yaitu:

$$y_t = \omega_0 x_t + (1 - \Theta_1 B^{12})a_t$$

Dimana: $x_t = x_t - x_{t-12}$

$$y_t = y_t - y_{t-12}$$

Dengan model di atas, maka dilakukan lagi pendugaan untuk parameter model. Hasil dari pendugaan akhir model dapat dilihat pada lampiran 16.

Tabel 4.11 berikut merupakan hasil pendugaan nilai parameter fungsi transfer.

Tabel 4.11 Estimasi Nilai Parameter Model Fungsi Transfer

Model Fungsi Transfer (r,s,b)(p,q)	Estimasi Nilai Parameter	t-value	p-value
(0,0,0)[(0,0,0)(0,1,1)] ¹²	$\Theta_1=0,62697$	7,49	<0,0001
	$\omega_0=12,66773$	5,15	<0,0001

1) Uji statistik parameter model

Hipotesis

H_0 : Estimasi nilai parameter Θ_1, ω_0 model tidak signifikan

H_1 : Estimasi nilai parameter Θ_1, ω_0 model signifikan

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value < \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Berdasarkan Tabel 4.11 keputusannya adalah H_0 ditolak karena semua parameter pada model mempunyai nilai p-value yang lebih kecil dari $\alpha = 0,05$ sehingga parameter model akhir fungsi transfer signifikan dan dapat dimasukkan ke dalam model.

2) Uji kesesuaian model

Setelah estimasi parameter selesai maka tahap selanjutnya adalah uji kesesuaian model (uji diagnostik model). Uji kesesuaian model meliputi Uji autokorelasi residual dan uji CCF (*cross Correlation Function*).

a) Uji *Autocorellation* untuk nilai residual (a_t) model.

Hipotesis

H_0 : Autokorelasi residual dari model *noise* tidak signifikan

H_1 : Autokorelasi residual dari model *noise* signifikan

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value \leq \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Tabel 4.12 berikut merupakan hasil olah data model akhir fungsi transfer.

Tabel 4.12 *Autocorrelation Check of Residuals*

to lag	<i>Chi-Square</i>	Df	$\chi^2_{\alpha,df}$	p-value
6	7,58	5	11,07	0,1616
12	9,04	11	19,67	0,4197
18	11,56	17	27,58	0,5205
24	24,35	23	35,17	0,5976

Berdasarkan hasil uji autokorelasi pada Tabel 4.12 untuk model fungsi transfer yang terbentuk menunjukkan semua *lag* memiliki nilai signifikansi yang lebih besar dari *p-value* sehingga dapat disimpulkan bahwa terima H_0 artinya autokorelasi residual tidak signifikan atau tidak terdapat korelasi antar *lag* maka residual telah memenuhi asumsi *white noise*.

b) Uji CCF (*Cross-Correlation*) antara α_t dan a_t

Hipotesis yang digunakan adalah sebagai berikut:

Hipotesis

H_0 = Korelasi antara model *noise* dengan deret input tidak signifikan

H_1 = Korelasi antara model *noise* dengan deret input signifikan

Kriteria penolakan H_0 yaitu $p - value \leq \alpha$ dengan menggunakan $\alpha = 0,05$. Tabel 4.13 berikut merupakan hasil olah data model akhir fungsi transfer.

Tabel 4.13 *Crosscorrelation Check of Residuals With Input x_t*

to lag	Chi-Square	Df	$\chi^2_{\alpha,df}$	p-value
5	4,16	5	11,07	0,2446
11	9,54	11	19,67	0,3888
17	15,51	17	27,58	0,4151
23	18,63	23	35,17	0,6089

Berdasarkan hasil uji korelasi silang residual pada Tabel 4.13 di atas didapatkan nilai signifikansi untuk semua *lag* lebih besar dari *p-value* atau nilai $Q \geq \chi^2_{\alpha,df}$ sehingga dapat disimpulkan bahwa korelasi silang residual telah *white noise*.

Karena semua parameter dalam model telah signifikan dan telah memenuhi asumsi *white noise* maka ditetapkan bahwa model akhir ARIMAX (fungsi transfer) yang diidentifikasi adalah:

$$y_t = 12,66773x_t + (1 - 0,62697B^{12})a_t$$

dimana: $x_t = x_t - x_{t-12}$

$$y_t = y_t - y_{t-12}$$

2. Peramalan

Hasil estimasi model ARIMAX (fungsi transfer) menghasilkan parameter yang dapat digunakan untuk meramalkan curah hujan di Kota Makassar. Tabel 4.14 berikut merupakan hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar mulai bulan Januari 2013 sampai dengan Desember 2015 dengan menggunakan model ARIMAX yang berasal dari output program SAS 9.13 pada lampiran 17.

Tabel 4.14. Hasil Ramalan Curah Hujan bulan Januari 2013 hingga Desember 2015

Bulan	2013 (dalam satuan mm)	2014 (dalam satuan mm)	2015 (dalam satuan mm)
Januari	618,9	639,5	640,8
Februari	477,4	493,8	494,9
Maret	460,2	473,2	474
April	172,3	182,7	183,3
Mei	149,4	157,6	158,1
Juni	55,3	61,8	62,2
Juli	53,7	58,8	59,2
Agustus	18,9	23	23,3
September	40,3	43,6	43,8
Oktober	55,3	57,9	58,1
November	144,8	146,8	147
Desember	635,2	636,8	636,7

B. Pembahasan

1. Menentukan model peramalan banyaknya curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX

Penentuan model ARIMAX dengan *input* skala metrik (fungsi transfer) dilakukan dengan berbagai tahap penyelesaian. Diawali dengan identifikasi model ARIMA deret *output* curah hujan dan deret *input* kelembaban udara. Dari identifikasi model tersebut didapatkan model ARIMA yang sesuai untuk deret *output* curah hujan yaitu ARIMA (2,1,0)(0,1,1)¹² sedangkan model ARIMA yang sesuai untuk deret *input* kelembaban udara adalah ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹².

Model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹² untuk deret *input* kelembaban udara yang telah didapatkan tersebut digunakan untuk tahap *prewhitening* untuk menentukan nilai *white noise* α_t dan β_t dengan nilai $\phi_1 = 0.79394$, $\Theta_1 = 0.77257$. Nilai-nilai *white noise* yang dihasilkan selanjutnya digunakan untuk menentukan nilai CCF atau korelasi silang antara α_t dan β_t . Langkah selanjutnya, nilai CCF dari perhitungan sebelumnya digunakan untuk identifikasi awal model ARIMAX (fungsi transfer). Identifikasi awal model ARIMAX (fungsi transfer) diawali dengan penentuan nilai r , s , b yang merupakan tahap yang sangat penting dalam penentuan model fungsi transfer kedepannya. Nilai r , s , b ditentukan berdasarkan hasil plot korelasi silang antara α_t dan β_t yang telah didapatkan sebelumnya. Model yang didapatkan

dari identifikasi awal yaitu:

$$y_t = 13,66044x_t + \eta_t$$

Tahap selanjutnya setelah identifikasi awal model yaitu penentuan nilai deret *noise* (deret gangguan) yang didapatkan dengan menggunakan model awal ARIMAX (fungsi transfer). Deret *noise* yang telah didapatkan nilainya kemudian ditentukan model ARIMA yang cocok. Penentuan model ARIMA untuk deret *noise* menghasilkan model ARIMA yang sesuai yaitu ARIMA(0,1,1,)(1,1,0)¹². Keseluruhan tahap-tahap penentuan model ARIMAX dengan *input* skala metrik ini menghasilkan model ARIMAX sebagai berikut:

$$y_t = \omega_0 x_t + (1 - \Theta_1 B^{12})a_t$$

dimana: $x_t = x_t - x_{t-12}$

$$y_t = y_t - y_{t-12}$$

Persamaan di atas menghasilkan nilai-nilai parameter sebagai berikut:

$$\omega_0 = 12,66773$$

$$\Theta_1 = 0,62697$$

Dari hasil pendugaan nilai-nilai parameter tersebut, dapat ditentukan model peramalan curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model

ARIMAX adalah:

$$y_t = 12,66773x_t + (1 - 0,62697B^{12})a_t$$

dimana: $x_t = x_t - x_{t-12}$

$$y_t = y_t - y_{t-12}$$

2. Peramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2013

Langkah-langkah dari penentuan model ARIMAX dengan *input* skala metrik (fungsi transfer) tersebut menghasilkan persamaan yang dapat digunakan dalam penentuan banyaknya curah hujan di Kota Makassar untuk tiga tahun ke depan. Sesuai dari hasil peramalan banyaknya curah hujan untuk tiga tahun ke depan yaitu mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015 yang telah didapatkan maka dapat dilihat bahwa curah hujan yang terjadi sebesar 18,9 mm – 640,8 mm dengan rata-rata yaitu 240,1 mm pada Tahun 2013, 247,9 mm pada Tahun 2014 dan 248,4 mm pada Tahun 2015. Dari hasil peramalan menunjukkan bahwa curah hujan di Kota Makassar untuk tiga tahun ke depan terbagi menjadi tiga bagian, yaitu curah hujan sangat tinggi (ekstrim), menengah, dan rendah. Curah hujan sangat tinggi terjadi pada bulan Januari, Februari, Maret dan bulan Desember. Curah hujan menengah terjadi pada bulan April, bulan Mei dan bulan November, sedangkan curah hujan rendah terjadi selama lima bulan yaitu mulai dari bulan Juni-bulan Oktober.

BAB V

PENUTUP

A. Kesimpulan

Berdasarkan hasil pembahasan mengenai model ARIMAX dengan input skala metrik (fungsi transfer) dalam meramalkan curah hujan di Kota Makassar maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Model peramalan curah hujan di Kota Makassar dengan menggunakan model ARIMAX yang melibatkan variabel *input* kelembaban udara adalah sebagai berikut:

$$y_t = 12,66773x_t + (1 - 0,62697B^{12})a_t$$

$$\text{dimana: } x_t = x_t - x_{t-12}$$

$$y_t = y_t - y_{t-12}$$

2. Hasil peramalan curah hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015 yang didapatkan yaitu curah hujan yang terjadi sebesar 18,9 mm – 640,8 mm dengan rata-rata yaitu 240,1 mm pada tahun 2013, 247,9 mm pada tahun 2014 dan 248,4 mm pada tahun 2015. Dari hasil peramalan menunjukkan bahwa curah hujan di Kota Makassar untuk tiga tahun ke depan terbagi menjadi tiga bagian, yaitu curah hujan sangat tinggi (ekstrim), menengah, dan rendah. Curah hujan sangat tinggi terjadi pada bulan Januari, Februari, Maret dan bulan Desember. Curah hujan

menengah terjadi pada bulan April, bulan Mei dan bulan November, sedangkan curah hujan rendah terjadi selama lima bulan yaitu mulai dari bulan Juni-bulan Oktober.

B. Saran

Masalah yang dibahas dalam skripsi ini hanya terbatas pada peramalan curah hujan di Kota makassar menggunakan model ARIMAX dengan input skala metrik (fungsi transfer). Oleh karena itu, jika ada yang ingin mengkaji lebih lanjut, penulis menyarankan untuk menggunakan model peramalan yang lain seperti analisis intervensi agar diperoleh model baru yang lebih mampu menjelaskan hubungan antara deret input dan deret outputnya dan tidak terlepas kemungkinan mendapatkan hasil peramalan yang lebih akurat.

DAFTAR PUSTAKA

- Apralis, Catur. “Perbandingan Model Fungsi Transfer dan ARIMA Studi Kasus Model Antara Curah Hujan dan Kelembaban Udara”, *skripsi*. Jakarta: Program Studi Matematika FST UIN Syarif Hidayatullah, 2010.
- Aswi & Sukarna. *Analisis Data Deret Waktu Teori dan Aplikasi*. Makassar: Andira Publisher, 2006.
- Baroroh, Ali. *Analisis Multivariat dan Time Series dengan SPSS 21 2013*. Jakarta: PT Elex Medra Komputindo, 2013.
- Departemen Agama RI. *Al-Hikmah Al-Quran & Terjemahannya*. Bandung: Diponegoro, 2008.
- Dini, Nandita Sekar. “Peramalan Kebutuhan Premium dengan Metode ARIMAX untuk Optimasi Persediaan di Wilayah TBBM Madiun ”. *jurnal Sains vol.1 no.1*(Diakses 8 Mei 2014).
- Durbin, *The Fitting of Time Series Method*. The Institut of International Statistics, 1960.
- Faturrahman, M. “Pemodelan Fungsi Transfer Multi Input”. *Jurnal informatik Mulawarman vol.4 no.2*. http://informatikamulawarman.files.wordpress.com/2010/02/06-artikel-pak-fathur-_v-2-1_.pdf (Diakses 29 Mei 2014).
- Hadi, Sutrisno. *Statistik Jilid 3*. Yogyakarta: Penerbit ANDI, 1981.
- Hamka. Tafsir Al-Azhar juzu 27. Jakarta: PT Pustaka Pantimas, 2010.
- Ihsan, Muhammad. “Tafsir Al-Quran Surah Luqman”. [http:// users6. nofeeost. com/alquranonline/ Al-quran-Tafsir-asp?surat ke=31&start21](http://users6.nofeeost.com/alquranonline/Al-quran-Tafsir-asp?surat_ke=31&start21) (Diakses 25 Mei 2014).
- Indrawati, Farisma B.N dan Brodjol Sutijo. “Pemodelan Jumlah Ketersediaan Beras untuk Jawa Timur dengan Pendekatan Fungsi Transfer”. *Jurnal Sains dan Seni ITS vol.1 no.2*. [http://ejurnal. its. ac. id/index. php/sains_seni/article/download/ 776/ 239](http://ejurnal.its.ac.id/index.php/sains_seni/article/download/776/239) (Diakses 29 Mei 2014).
- Juanda, Bambang dan Junaidi. *Ekonometrika Deret Waktu Teori & Aplikasi*. Bogor: IPB Press, 2012.

Makridakis, Spyros dkk. *Metode dan Aplikasi Peramalan* Edisi ke-2. Jakarta: Erlangga, 1999.

Peter, Durka & Pasterokova Silvia. "ARIMA Vs. ARIMAX- which approach is better to analyze and forecast macroeconomic time series?". *Proceedings of 30th International Conference Mathematical Methods in Economics*. <http://www.me2012opf.siu.cz/proceedings/pdf/024-Durka.pdf> (Diakses 8 Mei 2014).

Rosadi, Dedi. *Analisis Ekonometrika & Runtun Waktu Terapan dengan R Aplikasi untuk bidang ekonomi, bisnis, & keuangan*. Yogyakarta: Penerbit Andi, 2011.

Shihab, M Quraish. *Tafsir Al-Misbah Pesan Kesan & Keserasian Al-Quran*. Jakarta: Lentera Hati, 2002.

Soejoeti, Zanzawi. *Analisis Runtun Waktu*. Jakarta: Universitas Terbuka, 1987.

Spiegel, Murray R. dan I Nyoman Susila. *Statistik Versi Metrik*. Jakarta: Erlangga, 1972.

Supranto, J. *Statistik Teori dan Aplikasi*, Edisi V. Jilid I; Jakarta: Erlangga, 1987.

Syamsiah, Dewi Nur. "Analisis Data Deret Waktu Menggunakan Model ARIMA (p, d, q)", *Skripsi*. Yogyakarta: Fakultas Sains dan Teknologi UIN Sunan Kalijaga, 2008.

Tiro, Muhammad Arif. *Dasar-dasar Statistika*, cet. I; Makassar: State University of Makassar Press, 1999.

_____, dkk. *Pengantar Teori Peluang*. Makassar: Andira Publisher, 2008.

Wei, W.S. William. *Time Series Analysis*. America: Department of Statistick Temple University, 1994.

_____. *Univariate and Multivariate Methods*. California: Addison Wesley Publishing Company, 1994.

Wiyanti & R pulungan. "Peramalan Deret Waktu Menggunakan Model Fungsi Basis Radial (RBF) & Autoregressive Integrated Moving Average (ARIMA)". *Jurnal MIPA*, vol. 35.no. 2. <http://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/jm>. (Diakses 28 Desember 2013).

LAMPIRAN-LAMPIRAN

A. LAMPIRAN HASIL

B. VALIDASI PROGRAM

C. PERSURATAN



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R

A. LAMPIRAN HASIL

1. Tabel Data *Output* (Y_t) dan data *input* (X_t) Periode Januari 2003- Desember 2012
2. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan
3. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan hasil *differencing* satu non musiman
4. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan Hasil *differencing* 1 non musiman dan *differencing* musiman 12.
5. Output SAS Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA Data Curah Hujan
6. Hasil Diagram Uji Distribusi Normal ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹²
7. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara
8. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara Hasil *Differencing* musiman 12
9. Output program SAS hasil estimasi parameter data kelembaban udara
10. Hasil Diagram Uji Distribusi Normal Model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹².
11. Cross Corelation Function deret input dan output yang telah *diprewhitening*
12. Output SAS pendugaan awal parameter fungsi transfer
13. Hasil Diagram FAK dan FAKP hasil *differencing* musiman 12 Deret Gangguan (Deret *Noise*)
14. Output SAS Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA untuk Deret Gangguan
15. Hasil Diagram Uji Distribusi Normal Model ARIMA(0,0,0)(0,1,1)¹²
16. Output SAS Model akhir fungsi transfer
17. Hasil Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015

ALA UDDIN
M A K A S S A R

Lampiran 1. Tabel Data *Output* (Y_t) dan data *input* (X_{jt}) Periode Januari 2003- Desember 2012

t	Periode	output Curah Hujan (Y_t)	Input Kelembaban Udara (X_{1t})
1	Jan-03	695,5	90
2	Feb-03	534,2	89
3	Mar-03	155,8	86
4	Apr-03	108,4	86
5	Mei-03	146,6	86
6	Jun-03	5	84
7	Jul-03	15,1	84
8	Aug-03	0	82
9	Sep-03	6,9	81
10	Okt-03	20,9	82
11	Nov-03	101,3	81
12	Des-03	925,2	91
13	Jan-04	614	90
14	Feb-04	691	91
15	Mar-04	623,4	90
16	Apr-04	53,7	85
17	Mei-04	59,1	86
18	Jun-04	32,3	82
19	Jul-04	0	79
20	Aug-04	0	70
21	Sep-04	0	70
22	Okt-04	23,5	75
23	Nov-04	128,9	78
24	Des-04	470,6	84
25	Jan-05	716,8	82
26	Feb-05	231,5	82
27	Mar-05	198,5	82
28	Apr-05	141,5	79
29	Mei-05	6,3	74
30	Jun-05	2,4	74
31	Jul-05	34,4	74
32	Aug-05	0	71
33	Sep-05	0	68
34	Okt-05	164,1	76
35	Nov-05	224,5	83

36	Des-05	419,6	86
37	Jan-06	588,5	87
38	Feb-06	646,9	87
39	Mar-06	351,4	85
40	Apr-06	264,6	84
41	Mei-06	32,9	81
42	Jun-06	136	84
43	Jul-06	0,8	75,9
44	Aug-06	0	71,6
45	Sep-06	0	66
46	Okt-06	0	67
47	Nov-06	17,2	74,1
48	Des-06	443,5	81
49	Jan-07	694,3	91,5
50	Feb-07	483,6	89,1
51	Mar-07	281,7	86,3
52	Apr-07	195,1	85,5
53	Mei-07	35,3	85,5
54	Jun-07	129,3	84,2
55	Jul-07	3,9	84,3
56	Aug-07	3	82,2
57	Sep-07	0	81,5
58	Okt-07	16,1	82,1
59	Nov-07	212,7	78,8
60	Des-07	865,6	85,5
61	Jan-08	660,7	86
62	Feb-08	882	87
63	Mar-08	313,7	83
64	Apr-08	76,7	79
65	Mei-08	61,3	78
66	Jun-08	34,6	79
67	Jul-08	56,9	77
68	Aug-08	4	76
69	Sep-08	6	75
70	Okt-08	73,7	78
71	Nov-08	404,8	89
72	Des-08	760,5	91
73	Jan-09	922,8	90
74	Feb-09	738	84

75	Mar-09	196,5	79
76	Apr-09	71,4	79
77	Mei-09	48,2	79
78	Jun-09	35,6	75
79	Jul-09	41	73
80	Aug-09	0	68
81	Sep-09	0	70
82	Okt-09	15,7	71
83	Nov-09	17,5	74
84	Des-09	474,1	82
85	Jan-10	869,4	88
86	Feb-10	427,3	84
87	Mar-10	277,6	84
88	Apr-10	228,3	82
89	Mei-10	143,2	83
90	Jun-10	124	81
91	Jul-10	99,8	81
92	Aug-10	56,7	78
93	Sep-10	227,7	80
94	Okt-10	223,4	80
95	Nov-10	240,7	84
96	Des-10	761	90
97	Jan-11	560,4	89
98	Feb-11	527,7	87
99	Mar-11	592,5	89
100	Apr-11	383	88
101	Mei-11	161,7	78
102	Jun-11	8,4	72
103	Jul-11	0,8	73
104	Aug-11	0	70
105	Sep-11	0	71
106	Okt-11	38,7	76
107	Nov-11	181,2	79
108	Des-11	856,1	86
109	Jan-12	519,8	84
110	Feb-12	371	84
111	Mar-12	634,7	85
112	Apr-12	75,6	78
113	Mei-12	206,8	78

114	Jun-12	35,4	76
115	Jul-12	68,5	76
116	Aug-12	0	71
117	Sep-12	0	71
118	Okt-12	9,8	76
119	Nov-12	71	78
120	Des-12	445	84

Sumber : BPS Kota Makassar

Lampiran 2. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan

Autocorrelation Function:

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,630578	6,91	48,92
2	0,267557	2,19	57,80
3	-0,061916	-0,49	58,28
4	-0,371279	-2,92	75,68
5	-0,485906	-3,57	105,73
6	-0,526478	-3,51	141,33
7	-0,496091	-3,02	173,21
8	-0,383527	-2,17	192,44
9	-0,141819	-0,77	195,09
10	0,213091	1,16	201,14
11	0,580673	3,12	246,43
12	0,727167	3,62	318,10
13	0,548555	2,47	359,27
14	0,223148	0,96	366,15
15	-0,095916	-0,41	367,43
16	-0,326272	-1,39	382,42
17	-0,419629	-1,76	407,45
18	-0,455606	-1,86	437,24
19	-0,427979	-1,70	463,79
20	-0,310096	-1,20	477,87
21	-0,136106	-0,52	480,61
22	0,192853	0,74	486,17
23	0,517696	1,97	526,62
24	0,621431	2,29	585,51
25	0,469550	1,66	619,48
26	0,217245	0,75	626,83
27	-0,066087	-0,23	627,52
28	-0,261330	-0,90	638,39
29	-0,372332	-1,27	660,69
30	-0,410896	-1,39	688,16
31	-0,397286	-1,32	714,12
32	-0,319901	-1,05	731,14
33	-0,128485	-0,42	733,92
34	0,173989	0,56	739,08
35	0,451084	1,46	774,12
36	0,575529	1,83	831,85

Partial Autocorrelation Function:

Lag	PACF	T
1	0,630578	6,91
2	-0,215933	-2,37
3	-0,227937	-2,50
4	-0,316112	-3,46
5	-0,101989	-1,12
6	-0,242912	-2,66
7	-0,265109	-2,90
8	-0,289269	-3,17
9	-0,091027	-1,00
10	0,129223	1,42
11	0,343901	3,77
12	0,210248	2,30
13	-0,118666	-1,30
14	-0,201657	-2,21
15	-0,091458	-1,00
16	0,000102	0,00
17	0,065225	0,71
18	-0,013198	-0,14
19	0,006706	0,07
20	0,039388	0,43
21	-0,130785	-1,43
22	-0,039896	-0,44
23	0,053120	0,58
24	0,064680	0,71
25	-0,050531	-0,55
26	0,058923	0,65
27	0,012665	0,14
28	0,032818	0,36
29	-0,098159	-1,08
30	-0,056945	-0,62
31	-0,054559	-0,60
32	0,013806	0,15
33	0,010577	0,12
34	0,026132	0,29
35	0,006822	0,07
36	0,109563	1,20

Lampiran 3. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan hasil *differencing* satu non musiman

Autocorrelation Function:

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,015309	0,17	0,03
2	-0,017322	-0,19	0,07
3	-0,024547	-0,27	0,14
4	-0,277268	-3,02	9,77
5	-0,096178	-0,98	10,93
6	-0,099617	-1,00	12,20
7	-0,120377	-1,20	14,06
8	-0,178053	-1,76	18,17
9	-0,179139	-1,72	22,38
10	-0,014843	-0,14	22,40
11	0,245539	2,30	30,44
12	0,469845	4,22	60,15
13	0,223667	1,76	66,94
14	0,000637	0,00	66,94
15	-0,081655	-0,63	67,87
16	-0,193470	-1,48	73,10
17	-0,078924	-0,59	73,98
18	-0,087503	-0,66	75,07
19	-0,132288	-0,99	77,59
20	-0,086386	-0,64	78,68
21	-0,226962	-1,68	86,25
22	0,000314	0,00	86,25
23	0,285239	2,06	98,45
24	0,335254	2,34	115,48
25	0,194819	1,30	121,30
26	0,046727	0,31	121,64
27	-0,120047	-0,79	123,89
28	-0,102972	-0,67	125,57
29	-0,103220	-0,67	127,27
30	-0,076683	-0,50	128,23
31	-0,087943	-0,57	129,49
32	-0,163485	-1,06	133,91
33	-0,170249	-1,09	138,77
34	0,026311	0,17	138,88
35	0,185952	1,18	144,81
36	0,323408	2,03	162,96

Partial Autocorrelation Function:

Lag	PACF	T
1	0,015309	0,17
2	-0,017560	-0,19
3	-0,024021	-0,26
4	-0,277137	-3,02
5	-0,098097	-1,07
6	-0,122483	-1,34
7	-0,158456	-1,73
8	-0,318156	-3,47
9	-0,374654	-4,09
10	-0,342353	-3,73
11	-0,118181	-1,29
12	0,268862	2,93
13	0,207409	2,26
14	-0,000887	-0,01
15	-0,080518	-0,88
16	-0,096294	-1,05
17	0,005039	0,05
18	-0,036244	-0,40
19	-0,081807	-0,89
20	0,062155	0,68
21	-0,035706	-0,39
22	-0,037111	-0,40
23	0,030862	0,34
24	0,093410	1,02
25	-0,001192	-0,01
26	0,003396	0,04
27	-0,045149	-0,49
28	0,071846	0,78
29	0,029991	0,33
30	0,012074	0,13
31	-0,013708	-0,15
32	-0,023294	-0,25
33	-0,027275	-0,30
34	0,011762	0,13
35	-0,087162	-0,95
36	0,014901	0,16

Lampiran 4. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Curah Hujan Hasil *differencing* 1 non musiman dan *differencing* musiman 12.

Autocorrelation Function:

Lag	ACF	T	LBQ
1	-0,451905	-4,67	22,47
2	-0,058970	-0,51	22,86
3	0,139814	1,22	25,05
4	-0,122771	-1,05	26,75
5	0,024310	0,21	26,82
6	0,012554	0,11	26,84
7	-0,033280	-0,28	26,97
8	0,059003	0,50	27,38
9	-0,073758	-0,62	28,03
10	0,008838	0,07	28,04
11	0,183228	1,54	32,12
12	-0,304888	-2,51	43,53
13	0,083103	0,65	44,38
14	0,046321	0,36	44,65
15	0,017075	0,13	44,69
16	-0,102177	-0,79	46,03
17	0,072271	0,56	46,71
18	-0,029843	-0,23	46,82
19	-0,010154	-0,08	46,84
20	0,174824	1,34	50,93
21	-0,125300	-0,95	53,06
22	-0,018677	-0,14	53,11
23	0,102049	0,76	54,56
24	-0,072524	-0,54	55,30
25	0,003082	0,02	55,30
26	-0,001646	-0,01	55,30
27	-0,032928	-0,24	55,46
28	0,058839	0,44	55,97
29	0,026061	0,19	56,07
30	-0,077737	-0,58	56,98

31	0,091485	0,68	58,27
32	-0,099049	-0,73	59,79
33	-0,005375	-0,04	59,80
34	0,078644	0,58	60,79
35	-0,058148	-0,42	61,33
36	-0,091603	-0,67	62,71

Partial Autocorrelation Function:

Lag	PACF	T
1	-0,451905	-4,67
2	-0,330729	-3,42
3	-0,063643	-0,66
4	-0,122219	-1,26
5	-0,084324	-0,87
6	-0,069806	-0,72
7	-0,069767	-0,72
8	0,007406	0,08
9	-0,068361	-0,71
10	-0,069795	-0,72
11	0,183063	1,89
12	-0,155054	-1,60
13	-0,160499	-1,66
14	-0,139312	-1,44
15	0,044623	0,46
16	-0,144401	-1,49
17	-0,086698	-0,90
18	-0,117199	-1,21
19	-0,096014	-0,99
20	0,192491	1,99
21	0,061521	0,64
22	-0,043723	-0,45
23	0,152875	1,58

24 0,067312 0,70
 25 -0,018757 -0,19
 26 -0,080289 -0,83
 27 0,000069 0,00
 28 -0,042079 -0,44
 29 0,090842 0,94
 30 -0,064849 -0,67

31 0,012204 0,13
 32 0,100091 1,04
 33 0,025436 0,26
 34 -0,021004 -0,22
 35 0,059540 0,62
 36 -0,086107 -0,89

Lampiran 5. Output SAS Hasil Estimasi Parameter Model ARIMA Data Curah Hujan

The SAS System

The ARIMA Procedure	
Name of Variable = y	
Period(s) of Differencing	1,12
Mean of Working Series	-3.08037
Standard Deviation	214.32
Number of Observations	107
Observation(s) eliminated by differencing	13

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	26.84	6	0.0002	-0.452	-0.059	0.140	-0.123	0.024	0.013
12	43.53	12	<.0001	-0.033	0.059	-0.074	0.009	0.183	-0.305
18	46.82	18	0.0002	0.083	0.046	0.017	-0.102	0.072	-0.030
24	55.30	24	0.0003	-0.010	0.175	-0.125	-0.019	0.102	-0.073

Estimasi Parameter ARIMA (2,1,0)(0,1,1)¹²

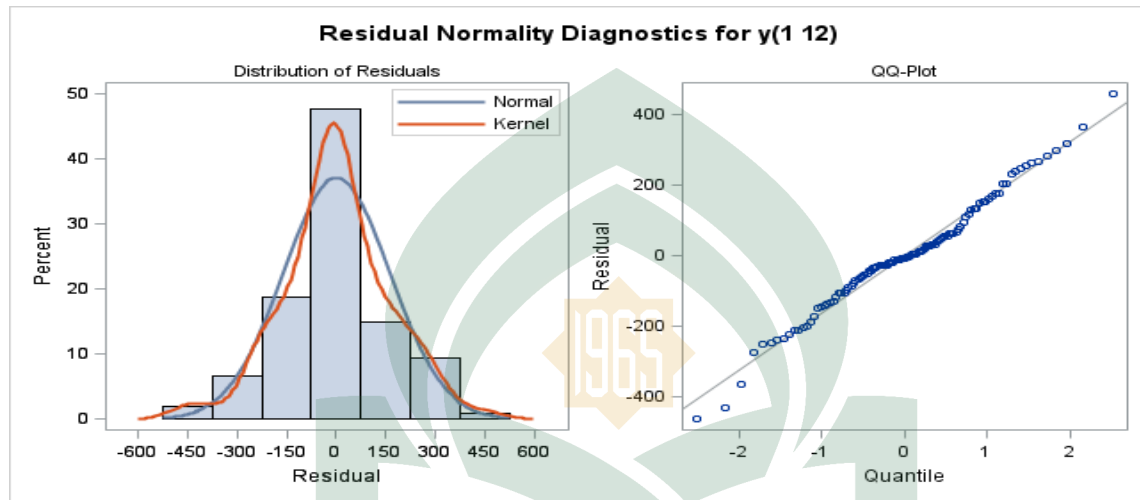
Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MA1,1	0.65679	0.08348	7.87	<.0001	12
AR1,1	-0.62351	0.09300	-6.70	<.0001	1
AR1,2	-0.34600	0.09331	-3.71	0.0003	2

Variance Estimate	26535.24
Std Error Estimate	162.8964
AIC	1396.537
SBC	1404.555
Number of Residuals	107

* AIC and SBC do not include log determinant.

Correlations of Parameter Estimates				
Parameter	MA1,1	AR1,1	AR1,2	
MA1,1	1.000	0.085	0.116	
AR1,1	0.085	1.000	0.470	
AR1,2	0.116	0.470	1.000	

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	7.76	3	0.0512	-0.040	-0.122	-0.186	-0.132	0.028	-0.001
12	13.12	9	0.1574	0.074	0.024	-0.151	-0.033	0.057	0.107
18	15.92	15	0.3877	-0.041	-0.051	-0.025	-0.125	0.034	0.010
24	22.87	21	0.3511	0.111	0.133	-0.089	0.037	0.060	-0.093



Model for variable y
Period(s) of Differencing 1,12

No mean term in this model.

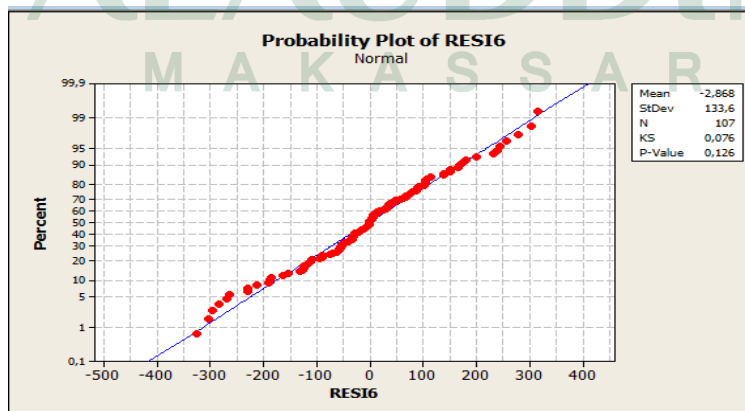
Autoregressive Factors

Factor 1: $1 + 0.62351 B^{**}(1) + 0.346 B^{**}(2)$

Moving Average Factors

Factor 1: $1 - 0.65679 B^{**}(12)$

Lampiran 6. Hasil Diagram Uji Distribusi Normal Model ARIMA(2,1,0)(0,1,1)¹²



Lampiran 7. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara

Autocorrelation Function: Input Kelembaban_Udara

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,790238	8,66	76,83
2	0,476057	3,48	104,94
3	0,140098	0,93	107,40
4	-0,132798	-0,88	109,63
5	-0,303259	-1,99	121,33
6	-0,400767	-2,55	141,96
7	-0,381022	-2,30	160,77
8	-0,284660	-1,65	171,36
9	-0,100492	-0,57	172,69
10	0,141045	0,80	175,34
11	0,363032	2,04	193,04
12	0,448390	2,44	220,30
13	0,372399	1,93	239,27
14	0,182592	0,92	243,87
15	-0,056643	-0,28	244,32
16	-0,269106	-1,34	254,52
17	-0,395142	-1,94	276,71
18	-0,412321	-1,97	301,11
19	-0,374996	-1,73	321,49
20	-0,257935	-1,16	331,23
21	-0,071017	-0,32	331,98
22	0,149118	0,67	335,30
23	0,304642	1,35	349,31
24	0,323871	1,42	365,30
25	0,212439	0,91	372,26
26	0,020281	0,09	372,32
27	-0,171914	-0,74	376,98
28	-0,327975	-1,40	394,09
29	-0,390451	-1,64	418,62
30	-0,393203	-1,61	443,77
31	-0,350542	-1,41	463,98
32	-0,215123	-0,85	471,68
33	-0,010331	-0,04	471,70
34	0,225551	0,89	480,36
35	0,405158	1,58	508,63
36	0,459102	1,75	545,37

Partial Autocorrelation Function: Input Kelembaban_Udara

Lag	PACF	T
1	0,790238	8,66
2	-0,395233	-4,33
3	-0,228672	-2,50
4	-0,085820	-0,94
5	-0,048151	-0,53
6	-0,152962	-1,68
7	0,065311	0,72
8	0,002924	0,03
9	0,157911	1,73
10	0,201765	2,21
11	0,131074	1,44
12	-0,145246	-1,59
13	-0,133715	-1,46
14	-0,110720	-1,21
15	-0,111261	-1,22
16	-0,065672	-0,72
17	0,053461	0,59
18	0,066141	0,72
19	-0,098983	-1,08
20	0,048982	0,54
21	0,056438	0,62
22	0,026656	0,29
23	-0,109007	-1,19
24	-0,141039	-1,55
25	-0,146966	-1,61
26	-0,042917	-0,47
27	0,029346	0,32
28	-0,047435	-0,52
29	0,037796	0,41
30	-0,057262	-0,63
31	-0,130965	-1,43
32	0,032830	0,36
33	0,049962	0,55
34	0,071605	0,78
35	0,079146	0,87
36	0,015802	0,17

Lampiran 8. Hasil Diagram FAK dan FAKP Data Kelembaban Udara Hasil *Differencing* musiman 12

Autocorrelation Function: Output Kelembaban_Udara(D=1)

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,779144	8,10	67,40
2	0,569035	3,97	103,69
3	0,390738	2,40	120,97
4	0,263587	1,54	128,90
5	0,150475	0,86	131,51
6	0,006841	0,04	131,52
7	-0,083785	-0,48	132,34
8	-0,167875	-0,95	135,69
9	-0,287413	-1,61	145,61
10	-0,392333	-2,15	164,27
11	-0,437951	-2,31	187,76
12	-0,455273	-2,29	213,41
13	-0,265311	-1,27	222,21
14	-0,108529	-0,51	223,70
15	-0,026325	-0,12	223,79
16	0,003137	0,01	223,79
17	0,026848	0,13	223,88
18	0,098466	0,46	225,16
19	0,119467	0,56	227,07
20	0,092205	0,43	228,21
21	0,091907	0,43	229,37
22	0,061935	0,29	229,90
23	-0,023021	-0,11	229,97
24	-0,127587	-0,60	232,27
25	-0,222203	-1,03	239,34
26	-0,248805	-1,15	248,31
27	-0,215626	-0,98	255,13
28	-0,202905	-0,92	261,24

29	-0,183623	-0,82	266,31
30	-0,205347	-0,91	272,73
31	-0,201052	-0,89	278,97
32	-0,121763	-0,53	281,29
33	-0,057851	-0,25	281,82
34	0,042417	0,19	282,11
35	0,116689	0,51	284,32
36	0,174280	0,76	289,34

Partial Autocorrelation Function: Output Kelembaban_Udara(D=1)

Lag	PACF	T
1	0,779144	8,10
2	-0,096784	-1,01
3	-0,051699	-0,54
4	0,004766	0,05
5	-0,064537	-0,67
6	-0,172959	-1,80
7	0,010483	0,11
8	-0,098985	-1,03
9	-0,223227	-2,32
10	-0,117449	-1,22
11	-0,018312	-0,19
12	-0,116852	-1,21
13	0,470090	4,89
14	0,023691	0,25
15	-0,148505	-1,54
16	-0,033596	-0,35
17	-0,008668	-0,09
18	-0,030939	-0,32

19 -0,008288 -0,09
 20 -0,156668 -1,63
 21 -0,099806 -1,04
 22 -0,109277 -1,14
 23 -0,091063 -0,95
 24 -0,103453 -1,08
 25 0,191803 1,99
 26 0,013319 0,14
 27 0,032624 0,34

28 -0,099280 -1,03
 29 -0,024041 -0,25
 30 -0,125764 -1,31
 31 -0,033654 -0,35
 32 0,018432 0,19
 33 -0,046695 -0,49
 34 0,046124 0,48
 35 -0,066919 -0,70
 36 -0,070445 -0,73

Lampiran 9. Output program SAS hasil estimasi parameter data kelembaban udara

Name of Variable = x	
Period(s) of Differencing	12
Mean of Working Series	-0.75
Standard Deviation	6.265728
Number of Observations	108
Observation(s) eliminated by differencing	12

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	131.52	6	<.0001	0.779	0.569	0.391	0.264	0.150	0.007
12	213.41	12	<.0001	-0.084	-0.168	-0.287	-0.392	-0.438	-0.455
18	225.16	18	<.0001	-0.265	-0.109	-0.026	0.003	0.027	0.098
24	232.27	24	<.0001	0.119	0.092	0.092	0.062	-0.023	-0.128

Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MA1,1	0.77257	0.06740	11.46	<.0001	12
AR1,1	0.79394	0.05942	13.36	<.0001	1

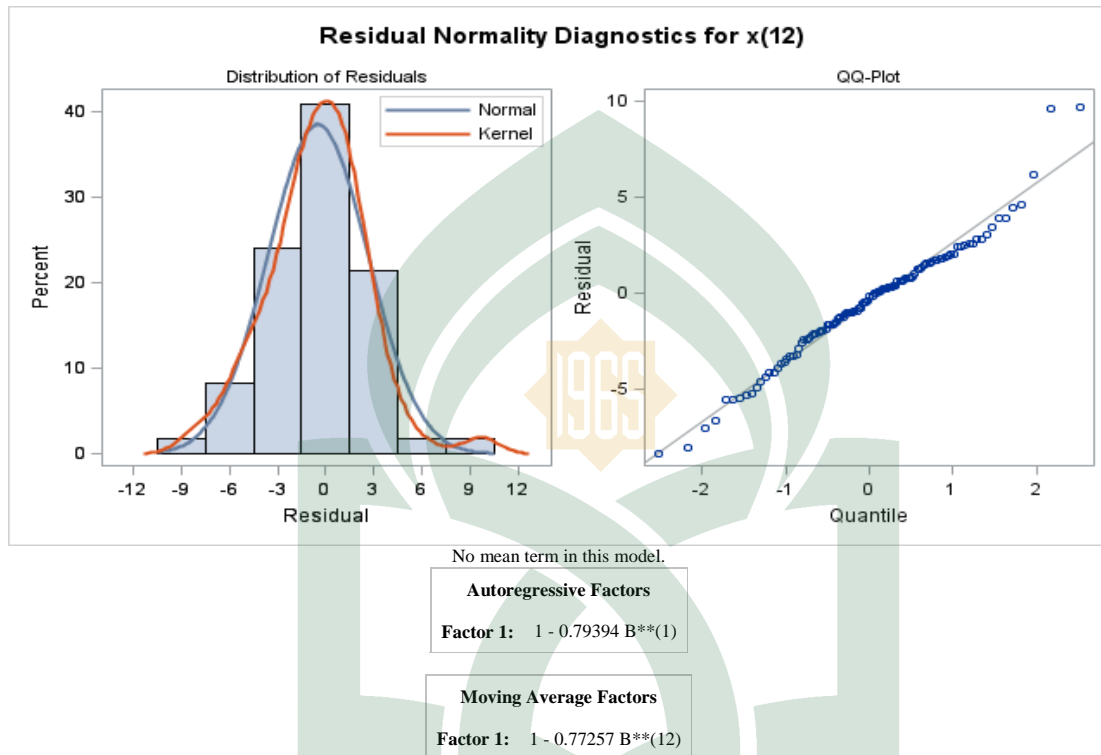
Variance Estimate	10.00905
Std Error Estimate	3.163708
AIC	557.2488
SBC	562.6131
Number of Residuals	108

* AIC and SBC do not include log determinant.

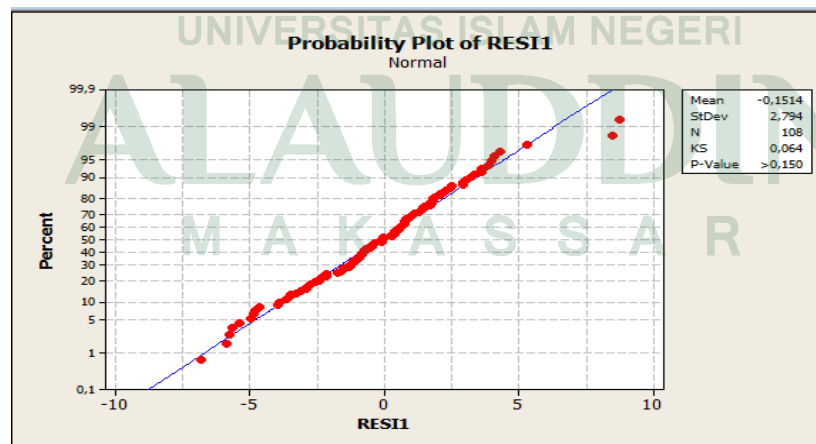
Correlations of Parameter Estimates		
Parameter	MA1,1	AR1,1
MA1,1	1.000	0.066
AR1,1	0.066	1.000

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	5.12	4	0.2757	0.005	0.006	-0.043	0.056	0.088	-0.177

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
12	9.61	10	0.4750	0.074	0.087	-0.106	-0.087	-0.074	-0.008
18	13.65	16	0.6246	-0.026	0.114	0.116	0.026	-0.053	0.031
24	16.85	22	0.7714	0.082	0.002	-0.012	0.128	-0.003	-0.013



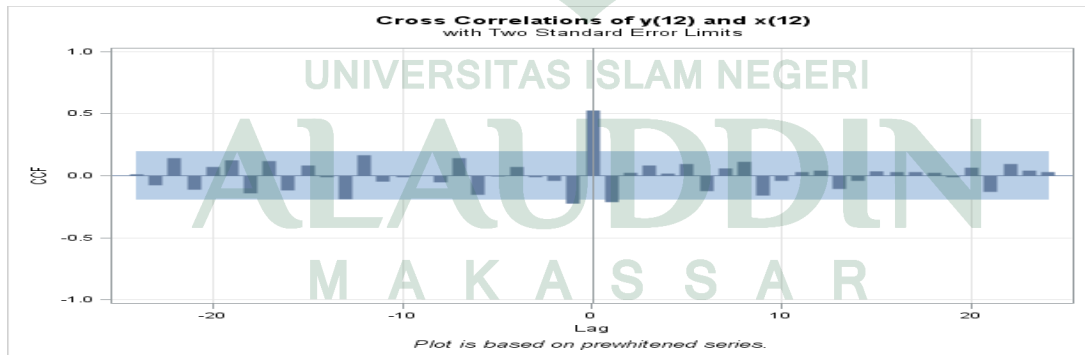
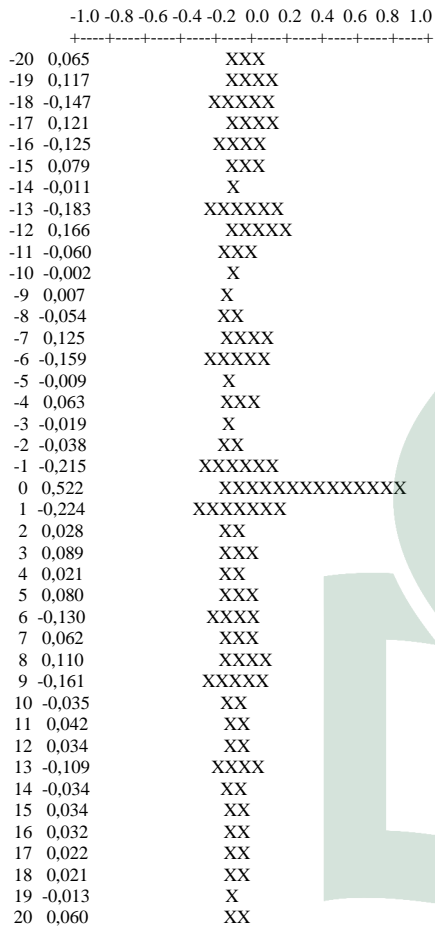
Lampiran 10. Hasil Diagram Uji Distribusi Normal Model ARIMA(1,0,0)(0,1,1)¹².



Lampiran 11. Cross Correlation Function deret input dan output yang telah *diprewhitening*

Cross Correlation Function: alpha; Beta

CCF - correlates alpha(t) and Beta(t+k)



Lampiran 12. Output SAS pendugaan awal parameter fungsi transfer

Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
NUM1	13.66044	2.24503	6.08	<.0001	0	X	0

Variance Estimate	21676.47
Std Error Estimate	147.2293
AIC	1385.756
SBC	1388.438
Number of Residuals	108

Lampiran 13. Hasil Diagram FAK dan FAKP hasil *differencing* musiman 12 Deret Gangguan (Deret Noise)

Autocorrelation Function: Deret Gangguan

Lag	ACF	T	LBQ
1	0,083016	0,86	0,77
2	-0,009048	-0,09	0,77
3	0,060264	0,62	1,19
4	-0,135707	-1,40	3,29
5	-0,001193	-0,01	3,29
6	0,022457	0,23	3,35
7	-0,027015	-0,27	3,43
8	0,068244	0,69	3,99
9	-0,055678	-0,56	4,36
10	0,021232	0,21	4,41
11	-0,017578	-0,18	4,45
12	-0,310864	-3,11	16,41
13	-0,010830	-0,10	16,42
14	0,043813	0,40	16,67
15	-0,025945	-0,24	16,75
16	-0,110811	-1,02	18,34
17	-0,058477	-0,53	18,79
18	-0,055797	-0,51	19,20
19	-0,013110	-0,12	19,22
20	0,098442	0,89	20,53
21	-0,087674	-0,79	21,58
22	-0,080076	-0,72	22,46
23	0,048699	0,43	22,79
24	-0,105434	-0,94	24,37
25	-0,046011	-0,41	24,67
26	0,020176	0,18	24,73
27	-0,019886	-0,18	24,79
28	0,105036	0,92	26,43
29	0,113749	0,99	28,37
30	0,025407	0,22	28,47
31	0,152716	1,32	32,07
32	-0,006254	-0,05	32,07
33	0,055730	0,47	32,57
34	0,146998	1,25	36,03
35	-0,074521	-0,62	36,94
36	-0,114292	-0,95	39,09

Partial Autocorrelation Function: Deret Gangguan

Lag	PACF	T
1	0,083016	0,86
2	-0,016050	-0,17
3	0,062809	0,65
4	-0,147894	-1,54
5	0,026970	0,28
6	0,011160	0,12
7	-0,011056	-0,11
8	0,052533	0,55
9	-0,069819	-0,73
10	0,045696	0,47
11	-0,043408	-0,45
12	-0,290329	-3,02
13	0,029576	0,31
14	0,046539	0,48
15	0,001427	0,01
16	-0,220594	-2,29
17	-0,026391	-0,27
18	-0,026644	-0,28
19	-0,000990	-0,01
20	0,095888	1,00
21	-0,179767	-1,87
22	-0,051876	-0,54
23	0,046764	0,49
24	-0,192856	-2,00
25	-0,068843	-0,72
26	0,039129	0,41
27	0,000747	0,01
28	-0,059103	-0,61
29	0,090622	0,94
30	-0,013959	-0,15
31	0,164121	1,71
32	0,049278	0,51
33	-0,061821	-0,64
34	0,100278	1,04
35	0,000576	0,01
36	-0,229986	-2,39

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	2.53	5	0.7724	0.099	0.028	0.074	-0.058	0.053	-0.017
12	6.20	11	0.8596	0.038	0.025	-0.149	-0.053	0.012	0.059
18	11.63	17	0.8217	-0.102	-0.085	-0.074	-0.133	0.029	-0.030
24	17.49	23	0.7845	0.076	0.128	-0.083	0.057	0.071	-0.074

Probability Plot of RESI1
Normal

Percent

RESI1

Mean	11,14
StDev	111,5
N	108
KS	0,070
P-Value	>0,150

Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
MA1,1	0.62697	0.08369	7.49	<.0001	12	Y	0
SCALE1	12.66773	2.46072	5.15	<.0001	0	X	0

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq		Autocorrelations				
6	7.90	5	0.1616	0.067	0.038	0.092	-0.218	-0.063	-0.072
12	11.29	11	0.4197	-0.070	0.001	0.033	0.040	0.060	0.131
18	16.05	17	0.5205	-0.017	0.020	0.012	-0.175	-0.029	-0.073
24	20.73	23	0.5976	-0.005	0.098	-0.020	0.051	-0.002	-0.147

Crosscorrelation Check of Residuals with Input x									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq		Crosscorrelations				
5	7.89	5	0.1625	0.079	-0.206	-0.130	0.071	-0.030	0.059
11	15.12	11	0.1772	0.018	0.095	0.201	-0.048	-0.015	0.128
17	19.98	17	0.2753	0.052	-0.052	-0.150	-0.088	-0.099	-0.030
23	23.50	23	0.4320	0.072	-0.011	0.022	-0.127	0.031	0.103

Lampiran 17. Hasil Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar mulai dari bulan Januari 2013 sampai dengan bulan Desember 2015

Forecasts for variable y				
Obs	Forecast	Std Error	95% Confidence Limits	
121	618.8632	138.0115	348.3657	889.3607
122	477.4582	141.6319	199.8647	755.0516
123	460.1989	143.8672	178.2244	742.1735
124	172.3352	145.2585	-112.3663	457.0367
125	149.4377	146.1287	-136.9693	435.8447
126	55.2846	146.6746	-232.1923	342.7615
127	53.6814	147.0176	-234.4678	341.8307
128	18.9054	147.2334	-269.6668	307.4777
129	40.3099	147.3693	-248.5286	329.1485
130	55.3447	147.4549	-233.6616	344.3510
131	144.7979	147.5088	-144.3141	433.9099
132	635.1930	147.5428	346.0144	924.3716
133	639.4994	155.9843	333.7758	945.2229
134	493.8420	156.2573	187.5834	800.1006
135	473.2067	156.4291	166.6113	779.8021
136	182.6626	156.5373	-124.1449	489.4701
137	157.6370	156.6055	-149.3041	464.5781
138	61.7943	156.6484	-245.2310	368.8196
139	58.8498	156.6755	-248.2286	365.9281
140	23.0088	156.6926	-284.1030	330.1206

141	43.5678	156.7033	-263.5651	350.7006
142	57.9312	156.7101	-249.2149	365.0774
143	146.8514	156.7144	-160.3031	454.0060
144	636.8234	156.7171	329.6635	943.9832
145	640.7938	164.5726	318.2375	963.3501
146	494.8697	164.7581	171.9498	817.7896
147	474.0226	164.8749	150.8738	797.1715
148	183.3104	164.9485	-139.9827	506.6034
149	158.1513	164.9948	-165.2326	481.5352
150	62.2027	165.0241	-261.2385	385.6439
151	59.1740	165.0425	-264.3033	382.6513
152	23.2662	165.0541	-300.2339	346.7662
153	43.7721	165.0614	-279.7423	367.2865
154	58.0935	165.0660	-265.4300	381.6169
155	146.9802	165.0689	-176.5489	470.5094
156	636.9256	165.0707	313.3929	960.4583

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
 M A K A S S A R

B. VALIDASI PROGRAM

1. INPUT PROGRAM
2. OUTPUT PROGRAM



A. Input Program

1. Syntax program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer)

```
data Fungsi_Transfer;  
input y x;  
cards;  
695.5 90  
534.2 89  
155.8 86  
108.4 86  
146.6 86  
5 84  
15.1 84  
0 82  
6.9 81  
20.9 82  
101.3 81  
925.2 91  
614 90  
691 91  
623.4 90  
53.7 85  
59.1 86  
32.3 82  
0 79  
0 70  
0 70  
23.5 75  
128.9 78  
470.6 84  
716.8 82  
231.5 82  
198.5 82  
141.5 79  
6.3 74  
2.4 74  
34.4 74  
0 71  
0 68  
164.1 76  
224.5 83  
419.6 86  
588.5 87  
646.9 87  
351.4 85  
264.6 84  
32.9 81  
136 84  
0.8 75.9  
0 71.6  
0 66  
0 67  
17.2 74.1  
443.5 81  
694.3 91.5  
483.6 89.1  
281.7 86.3  
195.1 85.5  
35.3 85.5  
129.3 84.2  
3.9 84.3  
3 82.2  
0 81.5  
16.1 82.1  
212.7 78.8  
865.6 85.5  
660.7 86  
882 87  
313.7 83
```

76.7	79
61.3	78
34.6	79
56.9	77
4	76
6	75
73.7	78
404.8	89
760.5	91
922.8	90
738	84
196.5	79
71.4	79
48.2	79
35.6	75
41	73
0	68
0	70
15.7	71
17.5	74
474.1	82
869.4	88
427.3	84
277.6	84
228.3	82
143.2	83
124	81
99.8	81
56.7	78
227.7	80
223.4	80
240.7	84
761	90
560.4	89
527.7	87
592.5	89
383	88
161.7	78
8.4	72
0.8	73
0	70
0	71
38.7	76
181.2	79
856.1	86
519.8	84
371	84
634.7	85
75.6	78
206.8	78
35.4	76
68.5	76
0	71
0	71
9.8	76
71	78
445	84



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

AR-**LAUDDIN**

M A K A S S A R

```

;
proc arima data=Fungsi_Transfer ;
identify var=y nlag=36 ;
run;
identify var=y(1) nlag=36 ;
run;
identify var=y(1 12) nlag=36 ;
run;
estimate p=2 q=(12) noconstant;
run;
identify var=x nlag=36 ;
run;
identify var=x(12) nlag=36 ;
run;
estimate p=1 q=(12) noconstant;
run;

```

```

identify var=y(12) crosscorr=(x(12));
run;
estimate q=(12)input=(0$(0)/(0)x)noconstant printall altparm maxit=30 backlim=-3 plot;
run;
forecast lead=36;
run;
proc univariate data=h normal;
var residual;
run;

```

2. Syntax program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer) untuk identifikasi nilai autokorelasi deret *input* yang telah di *prewhitening*

```

data autokorelasi;
input alpha;
cards;
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
0
2
2.41212
-4.17576
0.79394
-2
-3.41212
-8.0303
-1.47272
1.73334
2.55758
-4.61818
-2.44242
-1.10334
1.008991548
-2.874546903
-6.622985774
-0.01786
-1.284581548
-1.234268871
-3.93171929
3.927006484
6.181969581
-5.537567323
1.525179581
0.177892616
-0.190183399
0.397391299
-2.08642012
4.4286219
-7.031829167
-1.862045102
-5.513892372
-4.378232601
3.021464239
-2.212092386
9.648007989
-1.335295502
-0.514203989
0.774890596
1.697184408
0.048690421
2.808631741
2.492343816
2.82436817

```



-0.58856116
 -4.954201373
 -0.940514215
 -1.618968468
 1.235060754
 -2.029984576
 -3.281340772
 -1.028196242
 0.792166759
 -1.001647376
 1.521272062
 0.604450117
 0.605905304
 9.627686645
 -3.324801067
 -1.61743647
 -5.221589113
 -3.186485184
 0.64069456
 0.20564643
 -4.181935727
 -1.598082713
 -3.648950843
 1.818500027
 -2.562195739
 -2.004358128
 0.34045844
 3.895877107
 -2.446163101
 2.538217142
 -0.474718604
 1.777056262
 -0.406598085
 2.001729238
 0.829410047
 3.465518566
 -0.918875562
 1.306033041
 0.323627977
 -2.341682224
 0.316227773
 4.579130417
 1.663546648
 -8.390739644
 -5.344425482
 0.691935957
 -1.00770268
 0.028875678
 2.435564307
 -0.815238054
 0.219725266
 -3.633353436
 1.214008091
 1.919518786
 -5.539033766
 1.456966274
 -0.128942795
 0.358808963
 -2.160340859
 -0.771631517
 1.881643917
 -1.629828463
 -1.036306851

```

;
proc arima data=autokorelasi ;
identify var=alpha nlag=36 ;
run;

```



3. Syntax program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer) untuk identifikasi deret gangguan

```
data deret_gangguan;  
input nt;  
cards;  
-533.936  
-681.5756  
-1018.9944  
-1066.3944  
-1028.1944  
-1142.4736  
-1132.3736  
-1120.1528  
-1099.5924  
-1099.2528  
-1005.1924  
-317.8964  
-615.436  
-552.0964  
-606.036  
-1107.434  
-1115.6944  
-1087.8528  
-1079.1716  
-956.228  
-956.228  
-1001.03  
-936.6112  
-676.8736  
-403.3528  
-888.6528  
-921.6528  
-937.6716  
-1004.5696  
-1008.4696  
-976.4696  
-969.8884  
-928.9072  
-874.0904  
-909.3132  
-755.1944  
-599.9548  
-541.5548  
-809.734  
-882.8736  
-1073.5924  
-1011.4736  
-1036.02436  
-978.08464  
-901.5864  
-915.2468  
-995.03564  
-662.9924  
-555.6266  
-733.54164  
-897.19252  
-972.8642  
-1132.6642  
-1020.90568  
-1147.67172  
-1119.88488  
-1113.3226  
-1105.41884  
-863.73952  
-302.3642  
-514.0944  
-306.4548  
-820.1132  
-1002.4716  
-1004.2112  
-1044.5716
```



-994.9508
 -1034.1904
 -1018.53
 -991.8112
 -810.9756
 -482.5964
 -306.636
 -409.4736
 -882.6716
 -1007.7716
 -1030.9716
 -988.93
 -956.2092
 -928.9072
 -956.228
 -954.1884
 -993.3696
 -646.0528
 -332.7152
 -720.1736
 -869.8736
 -891.8528
 -990.6132
 -982.4924
 -1006.6924
 -1008.8112
 -865.132
 -869.432
 -906.7736
 -468.436
 -655.3756
 -660.7548
 -623.2756
 -819.1152
 -903.8112
 -975.1488
 -996.4092
 -956.228
 -969.8884
 -999.4904
 -897.9716
 -318.6944
 -627.6736
 -776.4736
 -526.434
 -989.9112
 -858.7112
 -1002.7904
 -969.6904
 -969.8884
 -969.8884
 -1028.3904
 -994.5112
 -702.4736

```

;
proc arima data=deret_gangguan ;
identify var=nt(12) nlag=36 ;
run;
estimate q=(12) noconstant;
run;

```



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI

AR-**LAUDDIN**

AR-RANIRY

B. Output Program

1. Output program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer)

The SAS System

The ARIMA Procedure

Name of Variable = y

Mean of Working Series 235.6358

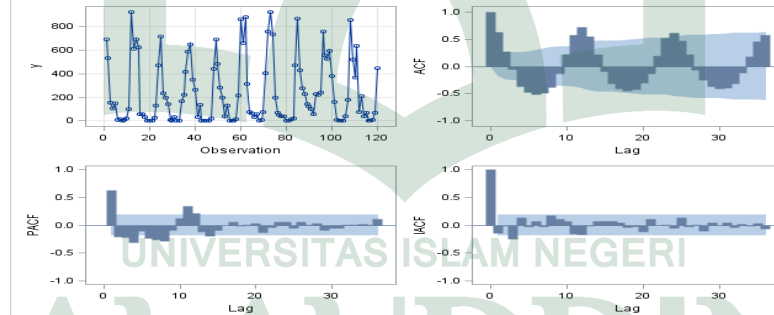
Standard Deviation 270.4145

Number of Observations 120

Autocorrelation Check for White Noise

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	141.33	6	<.0001	0.631	0.268	-0.062	-0.371	-0.486	-0.526
12	318.10	12	<.0001	-0.496	-0.384	-0.142	0.213	0.581	0.727
18	437.24	18	<.0001	0.549	0.223	-0.096	-0.326	-0.420	-0.456
24	585.51	24	<.0001	-0.428	-0.310	-0.136	0.193	0.518	0.621
30	688.16	30	<.0001	0.470	0.217	-0.066	-0.261	-0.372	-0.411
36	831.85	36	<.0001	-0.397	-0.320	-0.128	0.174	0.451	0.576

Trend and Correlation Analysis for y



Name of Variable = y

Period(s) of Differencing 1

Mean of Working Series -2.10504

Standard Deviation 228.7604

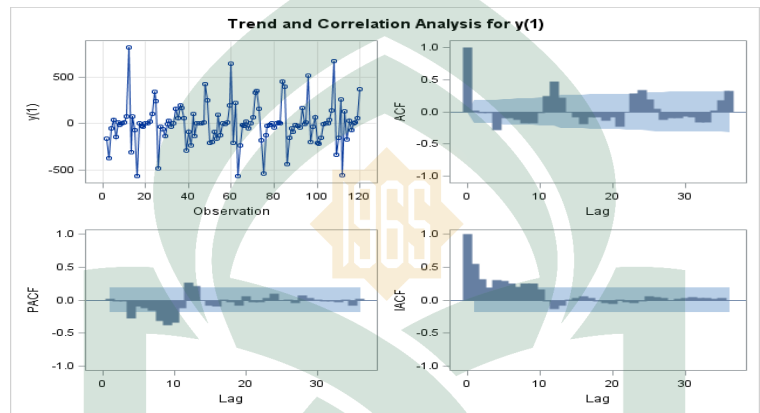
Number of Observations 119

Observation(s) eliminated by differencing 1

Autocorrelation Check for White Noise

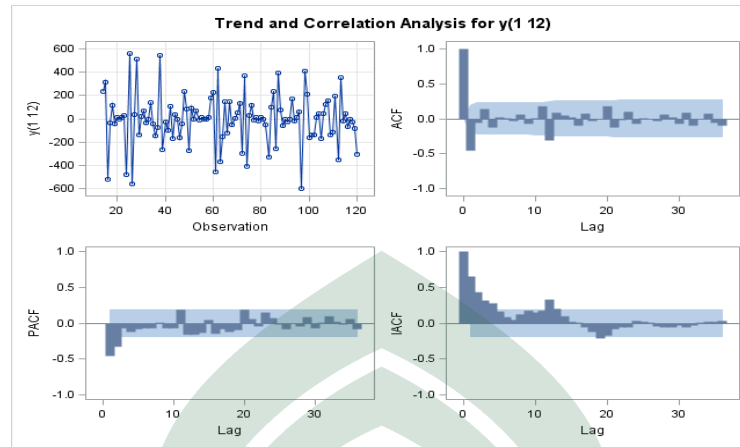
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	12.20	6	0.0577	0.015	-0.017	-0.025	-0.277	-0.096	-0.100

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
12	60.15	12	<.0001	-0.120	-0.178	-0.179	-0.015	0.246	0.470
18	75.07	18	<.0001	0.224	0.001	-0.082	-0.193	-0.079	-0.088
24	115.48	24	<.0001	-0.132	-0.086	-0.227	0.000	0.285	0.335
30	128.23	30	<.0001	0.195	0.047	-0.120	-0.103	-0.103	-0.077
36	162.96	36	<.0001	-0.088	-0.163	-0.170	0.026	0.186	0.323



Name of Variable = y	
Period(s) of Differencing	1,12
Mean of Working Series	-3.08037
Standard Deviation	214.32
Number of Observations	107
Observation(s) eliminated by differencing	13

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	26.84	6	0.0002	-0.452	-0.059	0.140	-0.123	0.024	0.013
12	43.53	12	<.0001	-0.033	0.059	-0.074	-0.009	0.183	-0.305
18	46.82	18	0.0002	0.083	0.046	0.017	-0.102	0.072	-0.030
24	55.30	24	0.0003	-0.010	0.175	-0.125	-0.019	0.102	-0.073
30	56.98	30	0.0021	0.003	-0.002	-0.033	0.059	0.026	-0.078
36	62.71	36	0.0038	0.091	-0.099	-0.005	0.079	-0.058	-0.092



Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MA1,1	0.65679	0.08348	7.87	<.0001	12
AR1,1	-0.62351	0.09300	-6.70	<.0001	1
AR1,2	-0.34600	0.09331	-3.71	0.0003	2

Variance Estimate	26535.24
Std Error Estimate	162.8964
AIC	1396.537
SBC	1404.555
Number of Residuals	107

* AIC and SBC do not include log determinant.

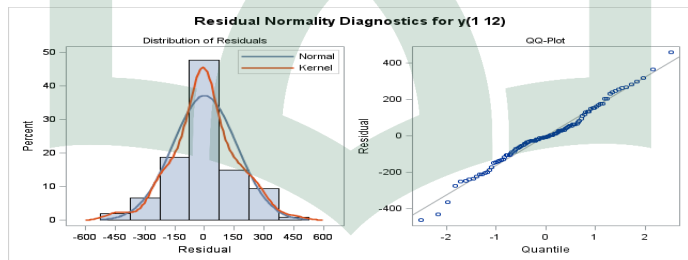
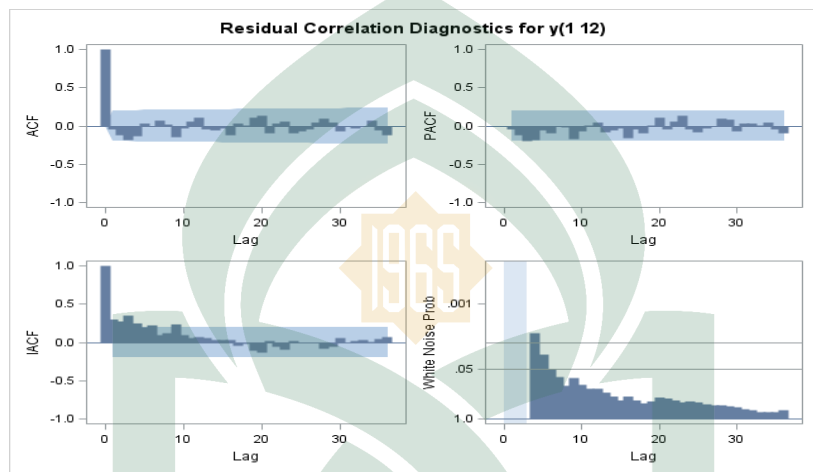
Correlations of Parameter Estimates

Parameter	MA1,1	AR1,1	AR1,2
MA1,1	1.000	0.085	0.116
AR1,1	0.085	1.000	0.470
AR1,2	0.116	0.470	1.000

Autocorrelation Check of Residuals

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations						
6	7.76	3	0.0512	-0.040	-0.122	-0.186	-0.132	0.028	-0.001	
12	13.12	9	0.1574	0.074	0.024	-0.151	-0.033	0.057	0.107	

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
18	15.92	15	0.3877	-0.041	-0.051	-0.025	-0.125	0.034	0.010
24	22.87	21	0.3511	0.111	0.133	-0.089	0.037	0.060	-0.093
30	26.59	27	0.4859	-0.073	-0.046	0.048	0.097	0.045	-0.064
36	30.57	33	0.5888	-0.003	-0.030	-0.007	0.069	-0.062	-0.122



Model for variable y

Period(s) of Differencing 1,12

No mean term in this model.

Autoregressive Factors

Factor 1: $1 + 0.62351 B^{**}(1) + 0.346 B^{**}(2)$

Moving Average Factors

Factor 1: $1 - 0.65679 B^{**}(12)$

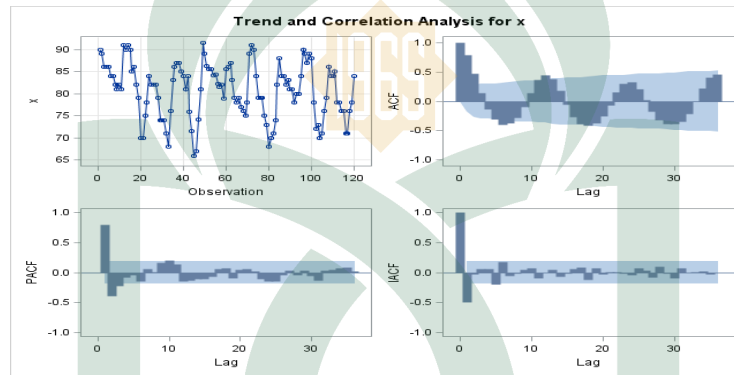
Name of Variable = x

Mean of Working Series 80.7425

Standard Deviation 6.143827

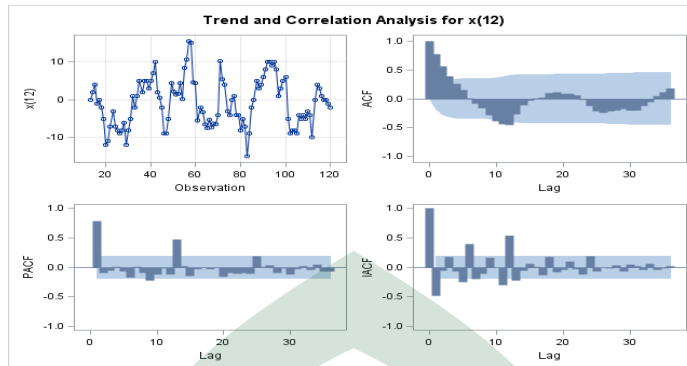
Name of Variable = x
Number of Observations 120

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	141.96	6	<.0001	0.790	0.476	0.140	-0.133	-0.303	-0.401
12	220.30	12	<.0001	-0.381	-0.285	-0.100	0.141	0.363	0.448
18	301.11	18	<.0001	0.372	0.183	-0.057	-0.269	-0.395	-0.412
24	365.30	24	<.0001	-0.375	-0.258	-0.071	0.149	0.305	0.324
30	443.77	30	<.0001	0.212	0.020	-0.172	-0.328	-0.390	-0.393
36	545.37	36	<.0001	-0.351	-0.215	-0.010	0.226	0.405	0.459



Name of Variable = x
Period(s) of Differencing 12
Mean of Working Series -0.75
Standard Deviation 6.265728
Number of Observations 108
Observation(s) eliminated by differencing 12

Autocorrelation Check for White Noise									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	131.52	6	<.0001	0.779	0.569	0.391	0.264	0.150	0.007
12	213.41	12	<.0001	-0.084	-0.168	-0.287	-0.392	-0.438	-0.455
18	225.16	18	<.0001	-0.265	-0.109	-0.026	0.003	0.027	0.098
24	232.27	24	<.0001	0.119	0.092	0.092	0.062	-0.023	-0.128
30	272.73	30	<.0001	-0.222	-0.249	-0.216	-0.203	-0.184	-0.205
36	289.34	36	<.0001	-0.201	-0.122	-0.058	0.042	0.117	0.174



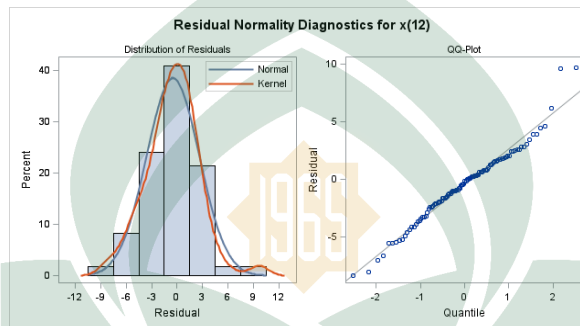
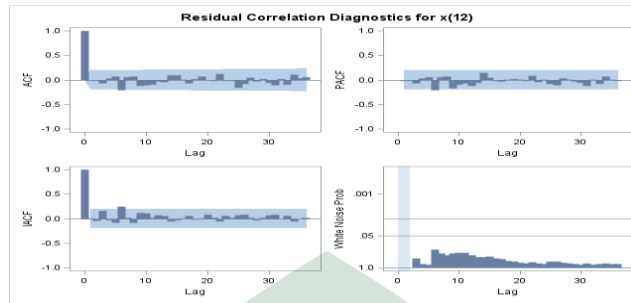
Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MA1,1	0.77257	0.06740	11.46	<.0001	12
AR1,1	0.79394	0.05942	13.36	<.0001	1

Variance Estimate	10.00905
Std Error Estimate	3.163708
AIC	557.2488
SBC	562.6131
Number of Residuals	108

* AIC and SBC do not include log determinant.

Correlations of Parameter Estimates		
Parameter	MA1,1	AR1,1
MA1,1	1.000	0.066
AR1,1	0.066	1.000

Autocorrelation Check of Residuals										
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations						
6	5.12	4	0.2757	0.005	0.006	-0.043	0.056	0.088	-0.177	
12	9.61	10	0.4750	0.074	0.087	-0.106	-0.087	-0.074	-0.008	
18	13.65	16	0.6246	-0.026	0.114	0.116	0.026	-0.053	0.031	
24	16.85	22	0.7714	0.082	0.002	-0.012	0.128	-0.003	-0.013	
30	21.04	28	0.8239	-0.139	-0.064	0.055	-0.011	0.030	-0.038	
36	26.75	34	0.8074	-0.095	0.038	-0.075	0.118	0.038	0.065	



Model for variable x

Period(s) of Differencing 12

No mean term in this model.

Autoregressive Factors

Factor 1: $1 - 0.79394 B^{**}(1)$

Moving Average Factors

Factor 1: $1 - 0.77257 B^{**}(12)$

Name of Variable = y

Period(s) of Differencing 12

Mean of Working Series -2.56759

Standard Deviation 170.0007

Number of Observations 108

Observation(s) eliminated by differencing 12

Autocorrelation Check for White Noise

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	9.23	6	0.1612	0.185	0.126	0.179	0.002	0.017	0.006
12	31.35	12	0.0017	-0.031	-0.013	-0.135	-0.094	-0.093	-0.378
18	40.02	18	0.0021	-0.150	-0.087	-0.112	-0.158	-0.023	-0.008
24	45.59	24	0.0050	0.054	0.148	-0.015	0.044	0.103	-0.056

Variable x has been differenced.

Correlation of y and x	
Period(s) of Differencing	12
Number of Observations	108
Observation(s) eliminated by differencing	12
Variance of transformed series y	29677.28
Variance of transformed series x	9.745658

Both series have been prewhitened.

Crosscorrelation Check Between Series									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Crosscorrelations					
5	36.51	6	<.0001	0.526	-0.214	0.021	0.081	0.021	0.092
11	43.02	12	<.0001	-0.127	0.061	0.115	-0.157	-0.040	0.030
17	44.88	18	0.0004	0.039	-0.104	-0.039	0.036	0.031	0.031
23	48.34	24	0.0023	0.025	-0.014	0.064	-0.130	0.093	0.040

Both variables have been prewhitened by the following filter:

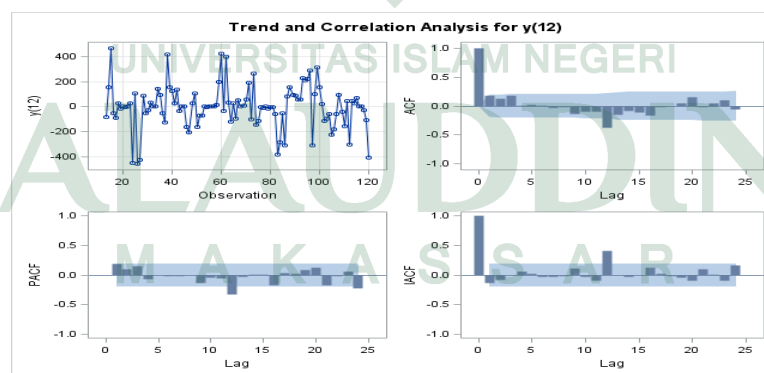
Prewhitening Filter

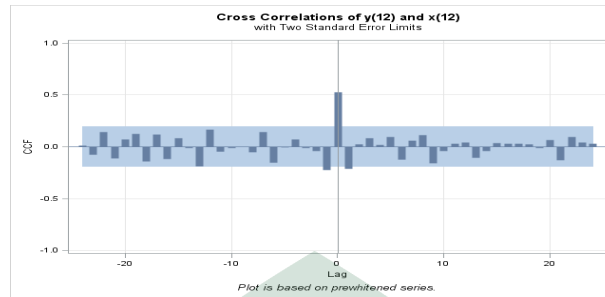
Autoregressive Factors

Factor 1: $1 - 0.79394 B^{**}(1)$

Moving Average Factors

Factor 1: $1 - 0.77257 B^{**}(12)$





Preliminary Estimation

Initial Moving Average Estimates

Estimate

12 0.37758

White Noise Variance Est 28900.23

Conditional Least Squares Estimation

Iteration	SSE	MA1,1	SCALE1	Lambda	R Crit
0	2689082	0.37758	29.01498	0.00001	1
1	1831500	0.44892	13.34980	1E-6	0.559788
2	1804981	0.54492	12.97504	1E-7	0.09614
3	1798109	0.59236	12.84439	1E-8	0.050501
4	1796719	0.61288	12.75156	1E-9	0.023236
5	1796471	0.62140	12.70291	1E-10	0.009998
6	1796430	0.62492	12.68099	1E-11	0.004192
7	1796424	0.62637	12.67164	1E-12	0.001741
8	1796423	0.62697	12.66773	1E-12	0.00072

ARIMA Estimation Optimization Summary

Estimation Method	Conditional Least Squares
Parameters Estimated	2
Termination Criteria	Maximum Relative Change in Estimates
Iteration Stopping Value	0.001
Criteria Value	0.000955
Alternate Criteria	Relative Change in Objective Function
Alternate Criteria Value	4.071E-7
Maximum Absolute Value of Gradient	1486.6
R-Square Change from Last Iteration	0.00072
Objective Function	Sum of Squared Residuals
Objective Function Value	1796423

ARIMA Estimation Optimization Summary	
Marquardt's Lambda Coefficient	1E-12
Numerical Derivative Perturbation Delta	0.001
Iterations	8

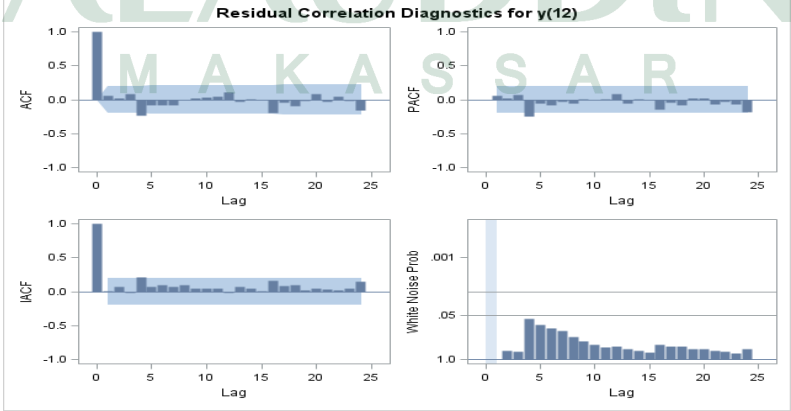
Conditional Least Squares Estimation							
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag	Variable	Shift
MA1,1	0.62697	0.08369	7.49	<.0001	12	y	0
SCALE1	12.66773	2.46072	5.15	<.0001	0	x	0

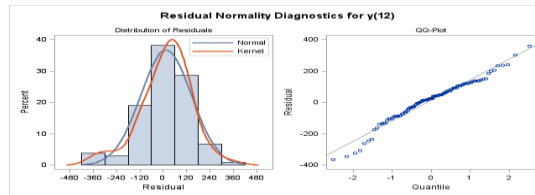
Variance Estimate	17441
Std Error Estimate	132,0644
AIC	1325,449
SBC	1330.757
Number of Residuals	105

* AIC and SBC do not include log determinant.

Correlations of Parameter Estimates			
Variable Parameter	y	x	
	MA1,1	SCALE1	
y MA1,1	1.000	-0.012	
x SCALE1	-0.012	1.000	

Autocorrelation Check of Residuals										
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations						
6	7.90	5	0.1616	0.067	0.038	0.092	-0.218	-0.063	-0.072	
12	11.29	11	0.4197	-0.070	0.001	0.033	0.040	0.060	0.131	
18	16.05	17	0.5205	-0.017	0.020	0.012	-0.175	-0.029	-0.073	
24	20.73	23	0.5976	-0.005	0.098	-0.020	0.051	-0.002	-0.147	





Crosscorrelation Check of Residuals with Input x									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq		Crosscorrelations				
5	7.89	5	0.1625	0.079	-0.206	-0.130	0.071	-0.030	0.059
11	15.12	11	0.1772	0.018	0.095	0.201	-0.048	-0.015	0.128
17	19.98	17	0.2753	0.052	-0.052	-0.150	-0.088	-0.099	-0.030
23	23.50	23	0.4320	0.072	-0.011	0.022	-0.127	0.031	0.103

Model for variable y

Period(s) of Differencing 12

No mean term in this model.

Moving Average Factors

Factor 1: 1 - 0.62697 B**(12)

Input Number 1

Input Variable x

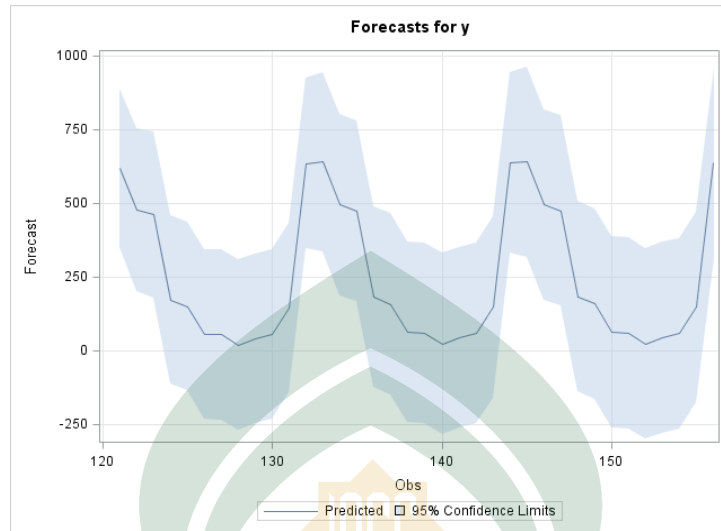
Period(s) of Differencing 12

Overall Regression Factor 12.66773

Forecasts for variable y

Obs	Forecast	Std Error	95% Confidence Limits	
121	618.8632	138.0115	348.3657	889.3607
122	477.4582	141.6319	199.8647	755.0516
123	460.1989	143.8672	178.2244	742.1735
124	172.3352	145.2585	-112.3663	457.0367
125	149.4377	146.1287	-136.9693	435.8447
126	55.2846	146.6746	-232.1923	342.7615
127	53.6814	147.0176	-234.4678	341.8307
128	18.9054	147.2334	-269.6668	307.4777
129	40.3099	147.3693	-248.5286	329.1485
130	55.3447	147.4549	-233.6616	344.3510
131	144.7979	147.5088	-144.3141	433.9099
132	635.1930	147.5428	346.0144	924.3716

Forecasts for variable y				
Obs	Forecast	Std Error	95% Confidence Limits	
133	639.4994	155.9843	333.7758	945.2229
134	493.8420	156.2573	187.5834	800.1006
135	473.2067	156.4291	166.6113	779.8021
136	182.6626	156.5373	-124.1449	489.4701
137	157.6370	156.6055	-149.3041	464.5781
138	61.7943	156.6484	-245.2310	368.8196
139	58.8498	156.6755	-248.2286	365.9281
140	23.0088	156.6926	-284.1030	330.1206
141	43.5678	156.7033	-263.5651	350.7006
142	57.9312	156.7101	-249.2149	365.0774
143	146.8514	156.7144	-160.3031	454.0060
144	636.8234	156.7171	329.6635	943.9832
145	640.7938	164.5726	318.2375	963.3501
146	494.8697	164.7581	171.9498	817.7896
147	474.0226	164.8749	150.8738	797.1715
148	183.3104	164.9485	-139.9827	506.6034
149	158.1513	164.9948	-165.2326	481.5352
150	62.2027	165.0241	-261.2385	385.6439
151	59.1740	165.0425	-264.3033	382.6513
152	23.2662	165.0541	-300.2339	346.7662
153	43.7721	165.0614	-279.7423	367.2865
154	58.0935	165.0660	-265.4300	381.6169
155	146.9802	165.0689	-176.5489	470.5094
156	636.9256	165.0707	313.3929	960.4583



2. Output program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer) untuk identifikasi nilai autokorelasi

The SAS System

The ARIMA Procedure

Name of Variable = alpha

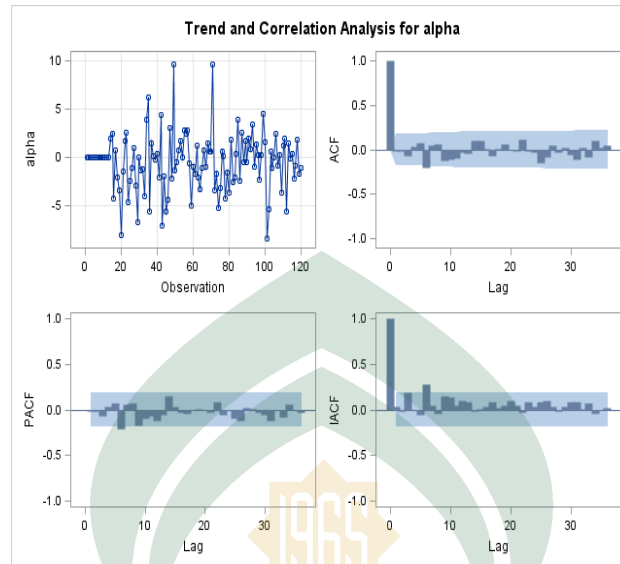
Mean of Working Series -0.44135

Standard Deviation 2.940498

Number of Observations 120

Autocorrelation Check for White Noise

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	6.67	6	0.3523	-0.018	-0.016	-0.066	0.035	0.068	-0.203
12	12.87	12	0.3783	0.054	0.066	-0.129	-0.111	-0.098	-0.029
18	16.52	18	0.5564	-0.048	0.095	0.094	0.004	-0.077	0.009
24	19.39	24	0.7308	0.064	-0.011	-0.025	0.115	-0.020	-0.027
30	24.98	30	0.7258	-0.156	-0.079	0.042	-0.025	0.019	-0.052
36	30.89	36	0.7100	-0.110	0.026	-0.089	0.107	0.023	0.051



3. Output program SAS 9.3 model ARIMAX (fungsi transfer) untuk identifikasi deret gangguan

The SAS System

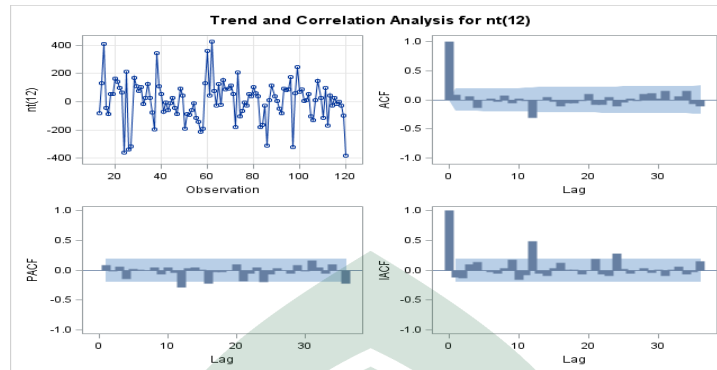
The ARIMA Procedure

Name of Variable = nt

Period(s) of Differencing	12
Mean of Working Series	7.677707
Standard Deviation	146.3448
Number of Observations	108
Observation(s) eliminated by differencing	12

Autocorrelation Check for White Noise

To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	3.35	6	0.7641	0.083	-0.009	0.060	-0.136	-0.001	0.022
12	16.41	12	0.1732	-0.027	0.068	-0.056	0.021	-0.018	-0.311
18	19.20	18	0.3798	-0.011	0.044	-0.026	-0.111	-0.058	-0.056
24	24.37	24	0.4408	-0.013	0.098	-0.088	-0.080	0.049	-0.105
30	28.47	30	0.5456	-0.046	0.020	-0.020	0.105	0.114	0.025
36	39.09	36	0.3326	0.153	-0.006	0.056	0.147	-0.075	-0.114

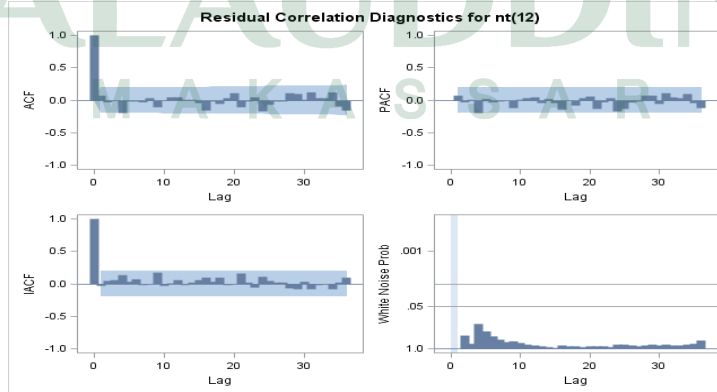


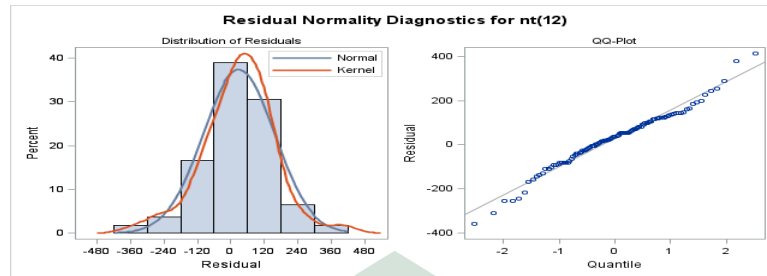
Conditional Least Squares Estimation					
Parameter	Estimate	Standard Error	t Value	Approx Pr > t	Lag
MA1,1	0.64881	0.08196	7.92	<.0001	12

Variance Estimate	17227.51
Std Error Estimate	131.2536
AIC	1360.946
SBC	1363.629
Number of Residuals	108

* AIC and SBC do not include log determinant.

Autocorrelation Check of Residuals									
To Lag	Chi-Square	DF	Pr > ChiSq	Autocorrelations					
6	4.39	5	0.4945	0.124	0.024	0.047	-0.137	0.032	0.032
12	7.50	11	0.7575	0.024	0.069	-0.064	0.033	0.085	0.088
18	9.71	17	0.9152	0.054	0.060	0.006	-0.100	0.024	-0.012
24	16.58	23	0.8294	0.069	0.145	-0.065	0.016	0.071	-0.120
30	21.99	29	0.8206	-0.019	0.022	0.024	0.140	0.118	0.036
36	32.88	35	0.5710	0.150	0.063	0.063	0.148	-0.055	-0.114





Model for variable nt

Period(s) of Differencing 12

No mean term in this model.

Moving Average Factors

Factor 1: 1 - 0.64881 B**(12)



UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
 MAKASSAR

C. PERSURATAN

1. SURAT KETERANGAN VALIDASI
PROGRAM

2. SURAT IZIN PENELITIAN

3. SURAT KETERANGAN
PENELITIAN

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R



TIM VALIDASI PROGRAM STUDI MATEMATIKA

Fakultas Sains dan Teknologi

Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar

Kampus II : Jalan Sultan Alauddin No. 36, Romang Polong, Gowa. Telp:(0411) 8221400

SURAT KETERANGAN

VALIDASI PENILAIAN KELAYAKAN DAN SUSBTANSI PROGRAM

No : 023 / Val / M / 358 / 2014

Yang bertanda tangan dibawah ini Tim Validasi penilaian kelayakan dan susbtansi program mahasiswa Jurusan Matematika, Fakultas Sains dan Teknologi, Universitas Islam Negeri Alauddin Makassar menerangkan bahwa karya ilmiah mahasiswa :

Nama : Fitriani
NIM : 60600110020
Jurusan : Matematika
Judul Karya ilmiah

“ Peramalan Curah Hujan di Kota Makassar Menggunakan Model ARIMAX “

Berdasarkan hasil penelitian kelayakan dan substansi program mahasiswa bersangkutan dengan ini dinyatakan **Valid**.

Demikian surat keterangan ini dibuat untuk digunakan sebagaimana mestinya.

Makassar, Oktober 2014

Kepala TIM Validasi
Program Studi Matematika

Wahidah Alwi, S.Si., M.Si

NIP : 19790204200912 2 002



KEMENTERIAN AGAMA
UNIVERSITAS ISLAM NEGERI (UIN) ALAUDDIN MAKASSAR
FAKULTAS SAINS & TEKNOLOGI

Kampus I: Jl. Sultan Alauddin No.63 Telp. 864924 (Fax 864923)
Kampus II: Jl. Sultan Alauddin No.36 Telp. 5622375-424835 (Fax 424836)

Nomor : ST.VI.1/PP.0091/40491/2014

Makassar , 30 Juni 2014

Sifat : Penting

Lamp : -

Hal : Izin Peneliltian
Untuk Menyusun Skripsi

Kepada Yth
Kepala Badan Pusat Statistik (BPS) Kota Makassar
Di-
Makassar

Assalamu Alaikum Wr. Wb.

Dengan hormat kami sampaikan, bahwa mahasiswa UIN Alauddin Makassar yang tersebut namanya di bawah ini:

Nama : Fitriani
NIM : 60600110020
Semester : VIII
Fakultas : Sains & Teknologi UIN Alauddin Makassar
Jurusan : Matematika
Pembimbing : 1. Ermawati,S.Pd., M.Si.
2. Faihatuz Zohairah,S.Si., M.Sc.

Bermaksud melakukan penelitian dalam rangka penyusunan Skripsi berjudul "Peramalan Data Deret Waktu Menggunakan Model Arimax (Studi Kasus : Curah Hujan di Kota Makassar)" sebagai salah satu syarat penyelesaian Studi akhir Sarjana/S.1.

Untuk maksud tersebut kami mengharapkan kiranya kepada mahasiswa yang bersangkutan diberi izin untuk penelitian di Kantor BPS Kota Makassar.

Demikian harapan kami, atas perhatian dan kerjasamanya kami ucapkan terima kasih



Ditandatangani oleh Khalifah Mustami, M.Pd
Makassar, 30 Juni 2014 200003 1 001

Tembusan:

1. Ketua Prodi/Jurusan Teknik Matematika Fak. Sainstek UIN Alauddin
2. Arsip



BADAN PUSAT STATISTIK KOTA MAKASSAR

Jl. ABDURRAHMAN BASALAMAH I MAKASSAR telp. 0411-442698

SURAT KETERANGAN PENELITIAN

Nomor: 73716.042

Berdasarkan Surat Dekan Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar Nomor : ST.VI.I/PP.009/4049/2014, tanggal 30 Juni 2014 bersama ini disampaikan bahwa :

Nama : Fitriani
Nomor Stambuk : 60600110020
Jurusan : Matematika
Pekerjaan : Mahasiswa
Alamat : Jl. Sultan Alauddin No. 36 Makassar

benar telah melakukan pengumpulan data atau penelitian Lapangan/Kepustakaan pada kantor Badan Pusat Statistik Kota Makassar sejak tanggal 30 Juni 2014 sampai selesai, dalam rangka penyusunan Skripsi/tesis dengan Judul :

**" PERAMALAN CURAH HUJAN DI KOTA MAKASSAR MENGGUNAKAN
MODEL ARIMAX "**

Demikian Surat Keterangan Penelitian ini diberikan untuk dipergunakan sebagaimana mestinya.

Makassar, 10 Oktober 2014

an. KEPALA BADAN PUSAT STATISTIK
KOTA MAKASSAR

Kasie IPDS,



SETIA BUDI DARMA, S.S i

NIP. 19680819 199003 1 003



RIWAYAT HIDUP

Penulis bernama **Fitriani**, dengan akrab disapa Fitri. Lahir pada tanggal 02 April 1992 di Sinjai, Sulawesi Selatan. Penulis yang merupakan anak ke-7 dari tujuh bersaudara ini adalah buah hati pasangan Muh. Idris.P dan Hartati.

Penulis mengawali jenjang pendidikan dasarnya di SD Negeri No. 46 Songing tahun 1999 dan lulus pada tahun 2004, setelah itu melanjutkan pendidikan di SLTP Negeri 1 Sinjai Selatan pada tahun 2004 sampai dengan tahun 2007, dan pada tahun yang sama penulis melanjutkan pendidikan di SMA Negeri 1 Sinjai Selatan dan lulus pada tahun 2010.

Melalui jalur PMJK tahun 2010, penulis memilih jurusan Matematika Fakultas Sains dan Teknologi Universitas Islam Negeri (UIN) Alauddin Makassar sebagai studi lanjut kuliahnya ke jenjang S1. Penulis menyelesaikan pendidikan Sarjananya selama kurang lebih empat tahun dan meraih gelar Sarjana Sains (S.Si) pada tahun 2014.

UNIVERSITAS ISLAM NEGERI
ALAUDDIN
M A K A S S A R